

انتگرال نامعین

هر یک از انتگرالهای زیر را محاسبه کنید:

$$۱) \int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt{x+۱}},$$

$$۲) \int \frac{x^۲ + ۵x + ۷}{x + ۳} dx,$$

$$۳) \int (\sin x + \cos x)^۲ dx,$$

$$۴) \int (\tan x + \cot x)^۲ dx,$$

$$۵) \int \tanh^۲ x dx$$

$$۶) \int \left(\sqrt{x} - \frac{۱}{\sqrt{x}} \right)^۲ dx,$$

$$۷) \int ۳x\sqrt{x+۱} dx,$$

$$۸) \int (۲-x)^۴ dx,$$

$$۹) \int \sin x \sin(۲x) dx,$$

$$۱۰) \int \frac{x dx}{\sqrt{x+۲}}.$$

$$۱۱) \int \frac{dx}{x^۲-۹},$$

$$۱۲) \int \frac{dx}{\sqrt{x^۲+۴}},$$

$$۱۳) \int ۳^x e^x dx,$$

$$۱۴) \int \frac{۲x+۳}{x+۱} dx,$$

$$۱۵) \int \sqrt{۲-۳x} dx,$$

$$۱۶) \int \frac{dx}{\sqrt{۱-x}},$$

$$۱۷) \int ۴^{۲-۳x} dx,$$

$$۱۸) \int \frac{a^{۲x-۱}}{\sqrt{a^x}} dx,$$

$$۱۹) \int \sin^۴ x dx,$$

$$۲۰) \int \sin^۳ x dx,$$

$$۲۱) \int \sqrt{۱-\sin x} dx,$$

$$۲۲) \int \frac{dx}{\sin^۲ x \cos^۲ x},$$

$$۲۳) \int \sqrt{x}(x^۲-۳x+۱) dx,$$

$$۲۴) \int \sin x \sqrt{۱-\cos(۲x)} dx,$$

هریک از انتگرالهای زیر را محاسبه کنید

$$۱) \int \frac{x^{\frac{1}{2}}}{1+x^{\frac{1}{2}}} dx,$$

$$۳) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}},$$

$$۵) \int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}} dx,$$

$$۷) \int \frac{e^x dx}{e^x-1},$$

$$۹) \int \frac{1}{x} \sin(\ln|x|) dx,$$

$$۱۱) \int \frac{1+\sin(\sqrt{x})}{\cos^2(\sqrt{x})} dx,$$

$$۱۳) \int \tanh x dx,$$

$$۱۵) \int x e^{-x^2} dx,$$

$$۱۷) \int \frac{\arcsin x + x}{\sqrt{1-x^2}} dx,$$

$$۱۹) \int \frac{ax+b}{cx+d} dx,$$

$$۲۱) \int \frac{dx}{\sin(ax) \cos(bx)},$$

$$۲۳) \int \frac{x - \sqrt{\arctan(\sqrt{x})}}{\sqrt{x^2+1}} dx,$$

$$۲۵) \int \sqrt{\frac{\ln(x + \sqrt{x^2+1})}{x^2+1}} dx,$$

$$۲۷) \int \tan^2(\sqrt{x}) \sec^2(\sqrt{x}).$$

$$۲) \int \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x^2-4}} dx,$$

$$۴) \int \frac{\arctan(x/\sqrt{x})}{x^2+4} dx,$$

$$۶) \int \frac{\ln(\sqrt{x}) dx}{a \ln(\sqrt{x})},$$

$$۸) \int \frac{e^x dx}{\sqrt{1-e^{\frac{1}{2}x}}},$$

$$۱۰) \int \frac{\tan(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx,$$

$$۱۲) \int \frac{dx}{\sinh x},$$

$$۱۴) \int x \sqrt[5]{5-x^5} dx,$$

$$۱۶) \int \frac{dx}{\cos^2 x + 1},$$

$$۱۸) \int \sin^2 x \sqrt{\cos x} dx,$$

$$۲۰) \int x.2^{x^2} dx,$$

$$۲۲) \int (\sqrt{x+1}-1)^2 dx.$$

$$۲۴) \int \frac{dx}{(a+b)+(a-b)x^2},$$

$$۲۶) \int \frac{dx}{\sqrt{(1+x^2) \ln(x + \sqrt{1+x^2})}},$$

هریک از انتگرالهای زیر را محاسبه کنید

$$۱) \int \arcsin x dx,$$

$$۲) \int x \cos^2 x dx,$$

$$۳) \int x \sin x dx,$$

$$۵) \int x \cos(x) dx,$$

$$۷) \int ۲^{-x} dx,$$

$$۹) \int x^۷ \ln x dx,$$

$$۱۱) \int e^{\sqrt{x}} dx,$$

$$۱۳) \int ۳^x \cos x dx,$$

$$۱۵) \int (x+۱) \arctan x dx,$$

$$۱۷) \int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx,$$

$$۱۹) \int \frac{\arcsin(\sqrt{x})}{\sqrt{1-x}} dx,$$

$$۲۱) \int \frac{\sin^۷ x}{e^x} dx,$$

$$۲۳) \int x e^x \sin x dx,$$

$$۲۵) \int \sin x \ln(\tan x) dx,$$

$$۴) \int \frac{x}{e^x} dx,$$

$$۶) \int x^۷ e^{۳x} dx,$$

$$۸) \int \ln^۷ x dx,$$

$$۱۰) \int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx,$$

$$۱۲) \int \ln(x + \sqrt{1+x^۷}) dx,$$

$$۱۴) \int \sin(\ln x) dx,$$

$$۱۶) \int x \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right) dx,$$

$$۱۸) \int x \arctan^۷ x dx,$$

$$۲۰) \int \cos^۷(\ln x) dx,$$

$$۲۲) \int \sqrt{a^۷ + x^۷} dx,$$

$$۲۴) \int \arcsin(\sqrt{x}) dx,$$

$$۲۶) \int \frac{\ln(\sin x)}{\sin^۷ x} dx.$$

هر یک از انتگرالهای زیر را محاسبه کنید:

$$۱) \int \frac{dx}{(x-۱)(x+۲)(x+۳)},$$

$$۳) \int \frac{x^۷ - ۸x + ۷}{(x^۷ - ۲x + ۱۰)^۷} dx,$$

$$۵) \int \frac{dx}{(x^۷ - ۴x + ۳)(x^۷ + ۴x + ۵)},$$

$$۷) \int \frac{(x^۷ + ۱)(x^۷ + ۲)}{(x^۷ + ۳)(x^۷ + ۴)} dx,$$

$$۹) \int \frac{۲x dx}{(x^۷ + ۱)(x^۷ + ۳)},$$

$$۲) \int \frac{۲x^۷ + ۴۱x - ۹۱}{(x-۱)(x+۳)(x-۴)} dx,$$

$$۴) \int \frac{۵x^۷ + ۶x + ۹}{(x-۳)^۷(x+۱)^۷} dx,$$

$$۶) \int \frac{dx}{(x+۱)(x^۷+x+۱)^۷},$$

$$۸) \int \frac{dx}{x^۴ + ۲x^۳ + ۲x^۲ + ۲x + ۱},$$

$$۱۰) \int \frac{x^۷ + x^۳}{x^{۱۷} - ۲x^۴ + ۱} dx,$$

$$\begin{array}{ll}
۱۱) \int \frac{dx}{(x+۱)(x+۲)}, & ۱۲) \int \frac{x^۳ - ۵x + ۹}{x^۳ - ۵x + ۶} dx, \\
۱۳) \int \frac{x^۳ - ۱}{۴x^۳ - x} dx, & ۱۴) \int \frac{dx}{x(x+۱)^۳}, \\
۱۵) \int \frac{x^۳ + x + ۱}{x(x^۳ + ۱)} dx, & ۱۶) \int \frac{x^۴}{x^۴ - ۱} dx, \\
۱۷) \int \frac{dx}{x^۳ + ۱}, & ۱۸) \int \frac{dx}{x^۴ + ۱}, \\
۱۹) \int \frac{dx}{(x^۳ + ۴)^۳}, & ۲۰) \int \frac{x^۳ dx}{x^۴ + x^۳ - ۲}, \\
۲۱) \int \frac{x dx}{x^۴ + x^۳ + ۱}, & ۲۲) \int \frac{dx}{x(x^۳ + ۴)^۳}, \\
۲۳) \int \frac{x^۳ + ۱}{x(x^۳ - ۱)} dx, & ۲۴) \int \frac{۵x^۳ + ۱}{x(x^۴ - ۱)} dx, \\
۲۵) \int \frac{x^۳ - ۱}{x^۴ + x^۳ + ۱} dx, & ۲۶) \int \frac{x^۳ - ۱}{x^۴ + ۱} dx, \\
۲۷) \int \frac{dx}{x(x^۳ + ۱)^۵}, & ۲۸) \int \frac{x^۳ dx}{(x-۱)^{۱۰}}, \\
۲۹) \int \frac{dx}{x^۴(x^۳ + ۱)^۳}, & ۳۰) \int \frac{dx}{x^۸ + x^۶}, \\
۳۱) \int \frac{dx}{(x^۴ - ۱)^۳}, & ۳۲) \int \frac{x^۹ dx}{(x^۳ + x + ۱)^۴}, \\
۳۳) \int \frac{x^۴ + ۱}{x^۶ + ۱} dx, & ۳۴) \int \frac{dx}{x(x^{۱۰} + ۲)}, \\
۳۵) \int \frac{dx}{(x^۳ + x + ۲)^۳}, & ۳۶) \int \frac{x dx}{(x^{۱۰} + ۲x^۵ + ۲)^۳}.
\end{array}$$

هریک از انتگرالهای زیر را به روش استروگراسکی محاسبه کنید:

$$\begin{array}{ll}
۱) \int \frac{dx}{x^۳(x^۳ + ۱)}, & ۲) \int \frac{x dx}{(x+۱)^۳(x^۳ + ۱)^۳}, \\
۳) \int \frac{x^۳ - ۱}{x^۳(x^۳ + ۱)^۳} dx, & ۴) \int \frac{dx}{(x+۱)^۳(x+۲)^۳}, \\
۵) \int \frac{x^۳ + x^۳ + x + ۱}{x^۳(x^۳ + x + ۱)^۳} dx, &
\end{array}$$

هریک از انتگرالهای زیر را محاسبه کنید:

- ۱) $\int \sqrt{4x^2 + 8x + 5} dx,$
- ۲) $\int \frac{dx}{\sqrt{4x^2 + 8x + 5}},$
- ۳) $\int \sqrt{x^2 + 6x + 13} dx,$
- ۴) $\int \sqrt{4x^2 + 12x + 8} dx,$
- ۵) $\int x\sqrt{x^2 + 2x^2 - 3} dx,$
- ۶) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}},$
- ۷) $\int \frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}},$
- ۸) $\int \frac{dx}{\sqrt{8 - 4x + 4x^2}}.$
- ۹) $\int \sin x \sqrt{2 \cos x + \sin^2 x - 1} dx, \quad ۱۰) \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{14 + 6 \sin^2 x - \cos^2 x}},$
- ۱۱) $\int \frac{dx}{x\sqrt{4 \ln^2 x + 12 \ln x + 8}}, \quad ۱۲) \int e^x \sqrt{15 + 2e^x - e^{2x}} dx,$

هریک از انتگرالهای زیر را محاسبه کنید:

- ۱) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 - x + 1}} dx$
- ۲) $\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 - x + 1}}$
- ۳) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$
- ۴) $\int \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x^2 - 1}}$
- ۵) $\int \frac{x^2 - 2x + 1}{\sqrt{x^2 + 2x}} dx$
- ۶) $\int \frac{x^5 dx}{\sqrt{x^6 + 2x^3 + 2}}$
- ۷) $\int \frac{x^2 - x + 1}{\sqrt{3 - 2x - x^2}} dx$
- ۸) $\int \frac{x^2 + x}{\sqrt{3x - 2x - x^2}} dx$

هریک از انتگرالهای زیر را محاسبه کنید:

- ۱) $\int (x + 1) \sqrt{x^2 + 1} dx,$
- ۲) $\int (x + 2) \sqrt{x^2 + 1} dx,$
- ۳) $\int (x^2 + 1) \sqrt{x^2 + 1} dx,$
- ۴) $\int (2x + 3) \sqrt{x^2 - 1} dx,$
- ۵) $\int (2x + 1)^2 \sqrt{x^2 + 2x + 2} dx,$
- ۶) $\int (x^2 + 2x + 2) \sqrt{x^2 + 2x - 1} dx.$

هریک از انتگرالهای زیر را محاسبه کنید:

- ۱) $\int \frac{dx}{(x + 1)^2 \sqrt{4 - x^2}},$
- ۲) $\int \frac{dx}{(2x + 3) \sqrt{4x^2 + 4x + 2}},$

$$\begin{aligned}
\text{۳)} \int \frac{dx}{(x+2)\sqrt{x^2+2x+2}}, & \quad \text{۴)} \int \frac{dx}{(2x-1)^2\sqrt{x^2-1}}, \\
\text{۵)} \int \frac{dx}{(x+1)^5\sqrt{x^2+2x}}, & \quad \text{۶)} \int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x^2+x+1}}, \\
\text{۷)} \int \frac{dx}{(x-1)(x+2)\sqrt{x^2+1}}, & \quad \text{۸)} \int \frac{dx}{(x+1)^2x^2\sqrt{x^2-1}}, \\
\text{۹)} \int \frac{(x^2-1)dx}{x\sqrt{1+3x^2+x^4}}, & \quad \text{۱۰)} \int \frac{(2x+1)dx}{(x^2-3x+2)^2\sqrt{x^2-1}}. \\
\text{۱۱)} \text{ فرض کنید } V_m := \int \frac{x^m}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx & \text{ نشان دهید که در این صورت:}
\end{aligned}$$

$$\text{الف)} \quad V_1 = \frac{1}{a}\sqrt{ax^2+bx+c} - \frac{b}{2a}V_0.$$

$$\text{ب)} \quad V_2 = \frac{1}{4a^2}(2ax-3b)\sqrt{ax^2+bx+c} + \frac{1}{8a^2}(3b^2-4ac)V_0.$$

ج) به ازای هر m ای، عدد ثابت α_m و چند جمله‌ای مرتبه $(m-1)$ ام $P_{m-1}(x)$ طوری وجود دارند که $V_m = P_{m-1}(x)\sqrt{ax^2+bx+c} + \alpha_m V_0$.

د) به ازای هر m ای

$$x^{m-1}\sqrt{ax^2+bx+c} = maV_m + (m-1)bV_{m-1} + (m-1)cV_{m-2}$$

هر یک از انتگرالهای زیر را محاسبه کنید:

$$\begin{aligned}
\text{۱)} \int \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^5} - \sqrt{x^4}} dx, & \quad \text{۲)} \int \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} dx, \\
\text{۳)} \int \frac{dx}{x\left(2 + \sqrt{1 + \frac{1}{x}}\right)}, & \quad \text{۴)} \int \frac{2dx}{(x-2)^2\sqrt{\frac{2-x}{2+x}}}, \\
\text{۵)} \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2(x+2)^5}}, & \quad \text{۶)} \int \frac{dx}{(1-x)\sqrt{1-x^2}}, \\
\text{۷)} \int \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+1)^2(x-1)^4}}, & \quad \text{۸)} \int \frac{dx}{\sqrt{2x-1} - \sqrt{2x-1}}, \\
\text{۹)} \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x-1}}, & \quad \text{۱۰)} \int \frac{\sqrt{x+1} + 2}{(x+1)^2 - \sqrt{x+1}} dx.
\end{aligned}$$

هر یک از انتگرالهای زیر را محاسبه کنید:

۷

$$\begin{array}{ll}
 ۱) \int \sqrt[۳]{x}(\sqrt[۳]{x}-\sqrt[۳]{x}\sqrt{x})^{\frac{5}{2}}dx, & ۲) \int \frac{dx}{\sqrt[۳]{x^{\frac{2}{3}}}(\sqrt[3]{1}+\sqrt[3]{x^{\frac{2}{3}}})}, \\
 ۳) \int \frac{\sqrt{1+\sqrt[3]{x}}}{\sqrt[3]{x^{\frac{2}{3}}}}dx, & ۴) \int \frac{\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{x}}}{\sqrt{x}}dx, \\
 ۵) \int x^{\frac{2}{3}}\sqrt{1+x^{\frac{2}{3}}}dx, & ۶) \int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}\sqrt{1+x^{\frac{2}{3}}}}, \\
 ۷) \int \sqrt[3]{x}\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{x^{\frac{4}{3}}}}dx, & ۸) \int \frac{dx}{x^{\frac{2}{3}}\sqrt[5]{1+\frac{1}{x}}}, \\
 ۹) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^{\frac{4}{3}}}}dx, & ۱۰) \int \frac{x^{\frac{2}{3}}dx}{\sqrt{(1+\sqrt[3]{x^{\frac{2}{3}}})^{\frac{4}{3}}}}, \\
 ۱۱) \int \frac{dx}{x^{\frac{2}{3}}\sqrt{1+x^{\frac{2}{3}}}}, & ۱۲) \int \frac{dx}{x^{\frac{4}{3}}\sqrt{1+x}}, \\
 ۱۳) \int \frac{dx}{\sqrt{x^{\frac{4}{3}}}\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{x}}}, & ۱۴) \int \frac{dx}{x^{\frac{2}{3}}(\sqrt[3]{x}+x^{\frac{2}{3}})^{\frac{5}{3}}}, \\
 ۱۵) \int \frac{x^{\frac{1}{3}}dx}{\sqrt{1+x^{\frac{2}{3}}}}, & ۱۶) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{1+x^{\frac{2}{3}}}}, \\
 ۱۷) \int \frac{x+1}{\sqrt{(1+x^{\frac{2}{3}})^{\frac{4}{3}}}}dx, & ۱۸) \int \sqrt{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{2}{3}}}dx, \\
 ۱۹) \int \frac{dx}{x\sqrt{1+x^{\frac{2}{3}}}}, & ۲۰) \int \sqrt{\sqrt[3]{x}-x^{\frac{2}{3}}}dx. \\
 ۲۱) \int \sqrt{\tan x}dx
 \end{array}$$

۲۲) نشان دهید که $\int \sqrt{\sin x} dx$ قابل حل نیست.
هریک از انتگرالهای زیر را محاسبه کنید:

$$\begin{array}{ll}
 ۱) \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{1+x-x^{\frac{2}{3}}}}, & ۲) \int \frac{dx}{x-\sqrt{x^{\frac{2}{3}}+2x+4}}, \\
 ۳) \int \frac{dx}{\sqrt{(2x-x^{\frac{2}{3}})^{\frac{4}{3}}}}, & ۴) \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^{\frac{2}{3}}-1}}, \\
 ۵) \int \frac{(x+\sqrt{x^{\frac{2}{3}}+3})^{\frac{5}{2}}}{\sqrt{x^{\frac{2}{3}}+3}}dx, & ۶) \int (\sqrt{x^{\frac{2}{3}}+2x-1})^{\frac{2}{3}}dx, \\
 ۷) \int \frac{dx}{\sqrt{x+x^{\frac{2}{3}}}}, & ۸) \int \frac{1-x+x^{\frac{2}{3}}}{\sqrt{1+x-x^{\frac{2}{3}}}}dx,
 \end{array}$$

$$۹) \int x \sqrt{x^2 - 2x + 2} dx,$$

$$۱۱) \int \frac{x - \sqrt{x^2 + 3x + 2}}{x + \sqrt{x^2 + 3x + 2}},$$

$$۱) \int \frac{dx}{\sin^3 x},$$

$$۳) \int \sin^4 x \cos^5 x dx,$$

$$۵) \int \frac{\sin^3 x}{\cos^4 x} dx,$$

$$۷) \int \cos^6 x dx,$$

$$۹) \int \sin^2 x \cos^4 x dx,$$

$$۱۱) \int \frac{\sin^4 x}{\cos^7 x} dx,$$

$$۱۳) \int \frac{dx}{\sqrt{\tan x}},$$

$$۱۵) \int \frac{dx}{\sin^5 x \cos^3 x},$$

$$۱۷) \int \tan^6 x dx$$

$$۱۹) \int \tan^3 x dx,$$

$$۲۱) \int \frac{dx}{\sqrt{\sin x \cos^5 x}},$$

$$۲۳) \int x \sin^4 x^2 dx,$$

$$۲۵) \int \left(\tan^2 \frac{x}{3} + \tan^4 \frac{x}{3} \right) dx,$$

$$۱) \int \frac{dx}{\sin x + \cos x},$$

$$۱۰) \int \frac{dx}{(1 + \sqrt{x^2 + x})^2},$$

$$۱۲) \int \frac{x + \sqrt{x^2 + x + 1}}{1 + x + \sqrt{x^2 + x + 1}} dx.$$

$$۲) \int \cos^5 x dx,$$

$$۴) \int \sin^5 x \cos^4 x dx,$$

$$۶) \int \sin^4 x dx,$$

$$۸) \int \frac{dx}{\sin^4 x \cos^4 x},$$

$$۱۰) \int \frac{\cos^4 x}{\sin^2 x} dx,$$

$$۱۲) \int \frac{dx}{\sqrt{\sin^3 x \cos^5 x}},$$

$$۱۴) \int \frac{\cos^3 x}{\sin^4 x} dx,$$

$$۱۶) \int \frac{dx}{\sqrt[3]{\tan x}},$$

$$۱۸) \int \cot^6 x dx,$$

$$۲۰) \int \cot^3 x dx,$$

$$۲۲) \int \sin^5 x \sqrt{\cos x} dx,$$

$$۲۴) \int \cot^4(3x) dx,$$

$$۲۶) \int \frac{\sin^3 x}{\sqrt[5]{\cos^3 x}} dx.$$

هریک از انتگرال‌های زیر را محاسبه کنید:

$$۲) \int \frac{dx}{3 + 5 \cos x},$$

$$۳) \int \frac{\sin x dx}{1 - \sin x},$$

$$۵) \int \frac{dx}{\cos x + ۲ \sin x + ۳},$$

$$۷) \int \frac{dx}{۳ \sin^۲ x + ۵ \cos^۲ x},$$

$$۹) \int \frac{\sin^۲ x dx}{1 + \sin^۲ x},$$

$$۱۱) \int \frac{dx}{\sin^۲ x + \cos^۲ x},$$

$$۱۳) \int \frac{dx}{(\sin^۲ x + ۲ \cos^۲ x)^۲},$$

$$۱۵) \int \frac{dx}{(۲ + \cos x) \sin x},$$

$$۴) \int \frac{\cos x dx}{1 + \cos x},$$

$$۶) \int \frac{1 + \tan x}{1 - \tan x},$$

$$۸) \int \frac{dx}{۳ \cos^۲ x + 1},$$

$$۱۰) \int \frac{dx}{\sin^۴ x + \cos^۴ x},$$

$$۱۲) \int \frac{\sin x \cos x}{\sin x + \cos x} dx,$$

$$۱۴) \int \frac{dx}{(۲ \sin x + ۳ \cos x)^۲},$$

$$۱۶) \int \frac{\sin x dx}{\sin^۲ x + \cos^۲ x}.$$

هر یک از انتگرالهای زیر را محاسبه کنید:

$$۱) \int \sin(۳x) \cos(۵x) dx,$$

$$۲) \int \sin(۹x) \sin x dx,$$

$$۳) \int \sin x \sin(۲x) \sin(۳x) dx,$$

$$۴) \int \cos\left(\frac{x}{۲}\right) \sin\left(\frac{x}{۳}\right) dx.$$

هر یک از انتگرالهای زیر را محاسبه کنید:

$$۱) \int \sqrt{x^۲ + ۲} dx,$$

$$۲) \int \frac{x^۲ dx}{\sqrt{x^۲ + ۹}},$$

$$۳) \int \sqrt{x^۲ - ۲x + ۲} dx,$$

$$۴) \int \sqrt{x^۲ - ۴} dx,$$

$$۵) \int \sqrt{(x^۲ + x + ۱)^۲} dx,$$

$$۶) \int \sqrt{x^۲ - ۶x - ۷} dx,$$

$$۷) \int \frac{dx}{\sqrt{(x^۲ - ۲x + ۵)^۲}},$$

$$۸) \frac{dx}{(x - ۱)\sqrt{x^۲ - ۳x + ۲}},$$

$$۹) \int \frac{dx}{(1 - x^۲)\sqrt{x^۲ + 1}},$$

$$۱۰) \int \frac{dx}{(1 + x^۲)\sqrt{1 - x^۲}}.$$

هر یک از انتگرالهای داده شده را حل کنید:

$$۱) \int (x - ۱)^۲ \cos(۳x) dx$$

$$۲) \int x^۴ \cos x dx$$

$$\begin{array}{ll}
۳) \int (x^۲ + ۵x + ۶) \cos x \, dx & ۴) \int x^۲ \sin x \cos(۲x) \, dx \\
۵) \int (۲x^۲ + ۳x^۲ - ۸x + ۱) \sin(۲x) \, dx & ۶) \int (x^۲ + ۲x - ۱) \sin^۲ x \, dx \\
۷) \int (x^۲ + ۱) \cos(x - ۱) \, dx & ۸) \int (x^۲ - ۱) \sin^۲ x \cos(۲x) \, dx
\end{array}$$

هر یک از انتگرالهای زیر را محاسبه کنید:

$$\begin{array}{ll}
۱) \int x^۲ e^{\sqrt{x}} \, dx, & ۲) \int (x^۲ - ۲x + ۲) \sin x \, dx, \\
۳) \int x e^x \sin x \, dx, & ۴) \int e^{ax} \cos^۲(bx) \, dx, \\
۵) \int (۱ + x^۲)^۲ \cos x \, dx, & ۶) \int x^۲ e^x \cos x \, dx, \\
۷) \int x^۲ e^{-x^۲} \, dx, & ۸) \int x e^x \sin^۲ x \, dx.
\end{array}$$

در هر مورد، یک فرمول بازگشتی ارائه دهید:

$$\begin{array}{ll}
۱) \int \cos^n x \, dx, & ۲) \int \sec^n x \, dx, \\
۳) \int \csc^n x \, dx, & ۴) \int x^n e^{ax} \, dx, \\
۵) \int \frac{x^n \, dx}{\sqrt{x^۲ + a^۲}}, & ۶) \int \frac{dx}{(x^۲ - a^۲)^n}, \\
۷) \int x^a (\ln x)^n \, dx, & ۸) \int x^n e^{ax} \cos(bx) \, dx.
\end{array}$$