

دانشگاه گیلان

پرویس علوم

## سؤالات امتحان پایان ترم درس معادلات دیفرانسیل

نام و نام خانوادگی دانشجو

نام استاد: گروه ریاضی گروه آموزشی: فنی تاریخ امتحان: ۹۰/۳/۳۱

تعداد سوال: ۵ زمان پاسخگویی: ۲ ساعت شماره صفحه:

شماره دانشجویی

استفاده از ماشین حساب: مجاز ☐ غیرمجاز ☒ نوع امتحان: باز ☐ بسته ☒

۲

۱- الف) جواب عمومی معادله دیفرانسیل  $y'' + \frac{1}{x}y' + \left(1 - \frac{1}{4x^2}\right)y = 0$  را به روش فروبینیوس بازاء ریشه بزرگتر معادله مشخصه بصورت یک سری توانی حول نقطه  $x_0 = 0$  بنویسید.

۲

۱

۱

ب) فقط فرم جواب دوم را بنویسید.

ج) به معادله بسل تبدیل و جوابها را بصورت توابع بسل بنویسید.

۲- الف) تبدیل لاپلاس تابع زیر را بدست آورید:

$$f(t) = e^{-2t} \int_0^t \frac{e^u \sin u}{u} du$$

ب) لاپلاس معکوس توابع زیر را بدست آورید:

$$1) F(s) = \frac{\delta}{s^3(s^2 - s - 2)}$$

$$2) F(s) = \left(\frac{3}{\sqrt{s-1}}\right)e^{-2s}$$

۳- با استفاده از تبدیل لاپلاس معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید:

$$xy'' + (1-2x)y' - 2y = 0 \quad ; \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

۴- دستگاه معادله دیفرانسیل زیر را به روش دلخواه حل کنید:

$$\begin{cases} (D-3)x + 2(D+2)y = 2 \sin t \\ 2(D+1)x + (D-1)y = \cos t \end{cases}$$

۵- با استفاده از تابع گاما انتگرال زیر را حل کنید:

$$\int_0^\infty \sqrt{x} \cdot e^{-2\sqrt{x}} dx$$

## معادلات دیفرانسیل

۱- جواب عمومی معادله ی  $2x^2 y'' + (x - x^2)y' - y = 0$  حول نقطه ی  $x_0 = 0$  را به ازاء ریشه ی کوچکتر معادله ی شاخص بیابید.

۲- تبدیل لاپلاس (الف) و لاپلاس معکوس (ب) را بیابید.

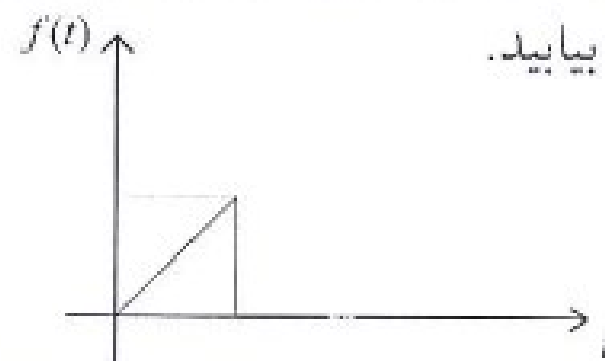
$$\text{الف) } x^2 e^{-x} \int_0^x e^{2x} \sin 5x dx \quad \text{ب) } \ln \frac{s+1}{s-1}$$

۳- جواب معادله ی زیر را بیابید.

$$\begin{cases} y'(t) + 2y(t) + \int_0^t y(\lambda) d\lambda \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

۴- جواب عمومی معادله ی دیفرانسیل زیر را بیابید.

$$\begin{cases} y'' + y = f(t) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$



۵- به یکی از دو سؤال زیر پاسخ دهید.

الف) با تغییر متغیر  $y = u\sqrt{x}$  معادله ی دیفرانسیل  $x^2 y'' + (x^2 + \frac{3}{16})y = 0$  را به بسل تبدیل کرده و شکل جواب عمومی را بنویسید.

ب) دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dt} = y_1 - y_2 - e^{-t} \\ \frac{dy_2}{dt} = 2y_1 + 3y_2 + e^{-t} \end{cases} \quad \begin{cases} y_1(0) = 1 \\ y_2(0) = 0 \end{cases}$$

موفق باشید.

## معادلات دیفرانسیل

۱- نوع نقطه ی  $x_0 = 0$  را برای معادلات زیر تعیین کنید. سپس جواب معادله را در همین نقطه بیابید چنانچه جواب را با روش فروبنیوس تعیین می کنید فقط بازاء ریشه ی بزرگتر آنرا بیابید.

الف)  $2x^2 y'' - xy' + (1+x)y = 0$       ب)  $(x-1)y'' - xy' + y = 0$

۲- مقدار عددی انتگرالهای زیر را بیابید.

الف)  $\int_0^{\infty} \frac{e^{-\alpha x} \sin \beta x}{x} dx$       ب)  $\int_0^1 \sqrt{x} e^{-3x^2} dx$       (الف و  $\beta$  ثابتند)

۳-  $y(x)$  را از معادله ی زیر بیابید.

$$y(x) + 4 \int_0^x \frac{1}{\sqrt{x-t}} y(t) dt = 1$$

۴- دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را با استفاده از تبدیلات لاپلاس حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{d^2 x}{dt^2} + 2 \frac{dx}{dt} + \int_0^t y dt = 0 & x(0) = 0 \\ 4 \frac{d^2 x}{dt^2} - \frac{dx}{dt} + y = e^t & x'(0) = 1 \end{cases}$$

۵- جواب عمومی معادله ی دیفرانسیل زیر را بیابید.

$$(x^2 + 1)y'' - 2xy' + 2y = 4(x^2 + 1)^2$$

۶- با توجه به فرض مسئله  $f(t)$  را بصورت تابع پله ای واحد بنویسید و تبدیل لاپلاس آنرا بیابید.

$$f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < 3 \\ -1 & 3 \leq t < \pi \\ 3\pi & \pi \leq t < 7 \\ 0 & t \geq 7 \end{cases}$$

نام و نام خانوادگی دانشجو:	بسمه تعالی موسسه آموزش عالی رشد دانش (غیر دولتی - غیر انتفاعی)
شماره دانشجویی:	برگه سوال پایان ترم درس جبرار جبرار جبرار نام استاد: ..... تاریخ امتحان: ..... تعداد سوال: ..... زمان پاسخگویی: ..... شماره صفحه: ..... نوع امتحان: جزوه باز / جزوه بسته
	استفاده از ماشین حساب: مجاز / غیر مجاز

بارم

۱- جواب عمومی معادلات دفرانسیل زیر را بیابید

$$1) (4x + x^2 y^2) dx + (y + x^2 y) dy = 0$$

$$2) x y' - y = x y^2$$

$$3) dx + 2xy dy = y e^{-y^2} dy$$

$$4) y''' - 3y'' + 3y' - y = 0 \quad 5) y^{(4)} + y'' = 0$$

۲- اگر  $y_1$  یک جواب خاص باشد، جواب عمومی کن را تعیین کنید

$$y'' - \frac{3}{x} y' + \frac{3}{x^2} y = 2x - 1 \quad y_1 = x$$

$$y''' - 2y'' + y' = e^x - x^2 + \sin x$$

۳- فرم جواب خصوصی را بنویسید

۴- با استفاده از تئرم دیرنبرگ، جواب عمومی دفرانسیل زیر را بیابید

$$\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

مرفق باشد



دانشگاه گیلان

دانشکده علوم پایه

گروه ریاضی

بسمه تعالی

### سوالات امتحان پایان ترم درس معادلات دیفرانسیل

نام استاد: گروه ریاضی گروه آموزشی: فنی تاریخ امتحان: ۸۹/۴/۸ تعداد سوال: ۶ زمان پاسخگویی: ۱۲۰ دقیقه

استفاده از ماشین حساب: مجاز ☐ غیر مجاز ☒ نوع امتحان: باز ☐ بسته ☒ شماره صفحه:

نام و نام خانوادگی دانشجو: شماره دانشجویی:

۱- با تغییر متغیر  $e^x = \frac{u^2}{4}$  معادله دیفرانسیل  $y'' + (e^x - 4)y = 0$  را به یک معادله بسل تبدیل نموده و با استفاده از

آن جواب عمومی معادله را بر حسب توابع بسل بنویسید.

۲- یک جواب معادله دیفرانسیل  $x(x-1)y'' + 2(1-2x)y' - 2y = 0$  را به ازای ریشه بزرگتر معادله شاخص به روش

فروبینیوس بدست آورده و فقط فرم جواب دوم معادله را بنویسید.

۳- نشان دهید:

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-3t} - e^{-6t}}{t} dt = \ln 2.$$

۴- معادله انتگرالی زیر را حل کنید.

$$y' + 3y + 2 \int_0^t y(u) du = 3, \quad y(0) = 1$$

۵- با استفاده از تبدیل لاپلاس معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید.

$$ty'' + (1-2t)y' - 2y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

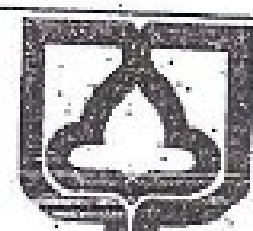
۶- دستگاه معادله دیفرانسیل زیر را به روش عملگرها حل کنید.

$$\begin{cases} (D^2 + D + 1)y_1 + (D^2 + 1)y_2 = e^x \\ (D^2 + D)y_1 + D^2 y_2 = e^{-x} \end{cases}$$

موفق باشید

گروه ریاضی

## سؤالات امتحان پایان ترم درس هماد و تسدیندراسل



دانشگاه گیلان

دانشکده علوم پایه

نام استاد گروه ریاضی گروه آموزشی فنی و هنر تاریخ امتحان ۸۹/۸۰/۲۸

تعداد سوال: ۶ زمان پاسخگویی: ۱۳۵ دقیقه شماره صفحه:

استفاده از ماشین حساب: مجاز ☐ غیر مجاز ☒ نوع امتحان: باز ☐ بسته ☒

نام و نام خانوادگی دانشجو

شماره دانشجویی

۱- نوع نقطه  $x_0 = 0$  را که معادسی و سپس جواب عمومی آن را حول همین نقطه بصورت یک سری توانی بنویسید.

$$y'' - 2xy' + 12y = 0 \quad (1-x^2) \text{ تغییر کنید}$$

۲- حاصل اشتراک زیر را بدست آورید

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-ax} \sin bx}{x} dx$$

$$\int_0^{\infty} \sqrt{x} e^{-x^2} dx \quad \text{الف)}$$

۳- با تغییر متغیر  $\sqrt{x} = u$  معاد زیر را به معاد تبدیل کنید و جواب آن را بصورت توابع بسازید.

$$4x^2 y'' - 4xy' + (x^2 - \frac{1}{9})y = 0$$

۴- تبدیل کنید سری تابع زیر را بسازید

$$f(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t < \pi \\ 0 & \pi \leq t < 2\pi \\ \sin t & t \geq 2\pi \end{cases}$$

۵- دستگاه معادلات زیر را حل کنید

$$\begin{cases} \frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{dy}{dt} = e^{2t} \\ \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = x + y \end{cases}$$

۶- معاد اشتراک زیر را حل کنید

$$\begin{cases} y' = 2t + 1 - \frac{1}{2} \int_0^t (t-x)^2 y(x) dx \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

موفق باشید



به نام خدا

آزمون پایان ترم هوش مبتدلات دیفرانسیل رشته های فنی و مهندسی دانشگاه سمنان: دما ماه ۹۰

وقت: ۱۳۵ دقیقه

نام مدرس:

نام و نام خانوادگی:

(۱) جواب معادله دیفرانسیل زیر را با استفاده از روش سری ها حول نقطه  $x_0$  به ازاء ریشه بزرگتر معادله شاخص بنویسید و سپس فرم جواب دوم را بنویسید (برای جواب دوم محاسبات نیاز نیست).

$$x^2 y'' + xy' + (x-1)y = 0$$

(۲) نوع نقطه  $x_0 = 0$  را برای معادله  $(x^2 + 1)y'' + xy' + xy = 0$  تعیین و جواب معادله را به صورت سری توانی حول همین نقطه بنویسید.

(۳) معادله زیر را با استفاده از تبدیلات لاپلاس حل کنید.

$$ty'' + 2y' + ty = 0, \quad y(0) = 1$$

(۴) معادله زیر را حل کنید

$$y = e^t + \cos t \int_0^t \cos u y(u) du + \sin t \int_0^t \sin u y(u) du$$

(۵) لاپلاس معکوس زیر را بدست آورید

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \ln \frac{s+2}{s+1} \right\}$$

(۶) مقدار انتگرال زیر را محاسبه کنید

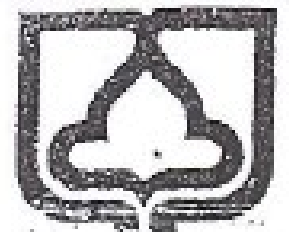
$$\int_0^\infty \frac{1 - \cos t}{t^2} dt$$

(۷) به روش عملگرها دستگاه زیر را حل کنید

$$(\Delta D^2 - 8)x - 3Dy = 0$$

$$(\Delta D - 4)x - (4D - 5)y = 0$$

موفق باشید



دانشگاه گیلان

دانشکده علوم پایه

سئوالات امتحان پایان ترم درس معادلات دیفرانسیل

نام استاد: گروه آموزشی: تاریخ امتحان: ۱۳۹۷/۳/۱۸ تعداد سوال: ۲ زمان پاسخگویی: ۲۰ دقیقه  
استفاده از ماشین حساب: مجاز ☐ غیر مجاز ☒ نوع امتحان: باز ☐ بسته ☒ شماره صفحه: ۱  
نام و نام خانوادگی دانشجو: شماره دانشجویی:

بارم

۱- معادله دیفرانسیل  $4x^2y'' - 8x^2y' + (4x^2 + 1)y = 0$  را در نظر بگیرید. (۲)

الف: پنج نقطه  $x_0 = 0$  را به این معادله تعمیم دهید؛ یک جواب این معادله را حول  $x_0 = 0$  بصورت یک سری توانی بنویسید. ج: فقط فرم جواب را بنویسید.

۲- معادله دیفرانسیل  $xy'' + (2x+3)y' + (x+3)y = 3e^{-x}$  را، در دستگاه مختصات  $(x, y)$  با شرایط  $y(0) = 0$  و  $y'(0) = 0$  (۲.۵) حل کنید.  $y = ?$  را بنویسید.

۳- جواب معادله دیفرانسیل زیر را بنویسید. (۲.۵)  
 $y'(x) + \frac{1}{\sqrt{x-t}} y(t) dt = 1$

۴- دستگاه معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید. (۲.۵)  
 $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y - 5t + 2 \\ \frac{dy}{dt} = 4x - 2y - 8t - 8 \end{cases}$

۵- با تغییر متغیر  $\sqrt{x} = z$  معادله  $4x^2y'' + 4xy' + (x - \frac{1}{4})y = 0$  را (۲)  
به معادله بسل تبدیل کرده و جواب آن را بصورت توابع بسل بنویسید.

۶- معادله بسل (الف)  
 $\int_0^\infty \frac{e^{-x}(1 - \cos x)}{x} dx = L^{-1}\left\{\text{Arctan} \frac{1}{5}\right\}$  (۲.۵)

$L\left\{\frac{1}{5}\right\} = \text{Arctan} \frac{1}{5}$

موفق باشید



## معادلات دیفرانسیل

۱- جواب معادله ی  $2x^2 y'' + (x - x^2)y' - y = 0$  را حول نقطه ی  $x_0 = 0$  و بازه ریشه ی بزرگتر معادله ی مفسر آن بصورت یک سری توانی بنویسید.

۲- جواب عمومی معادله ی  $y'' = xy$  را بصورت سری توانی حول نقطه ی  $x_0 = 0$  بنویسید و جواب را بصورت  $y = a_0 y_1 + a_1 y_1$  نشان دهید.

۳- تبدیل معکوس لاپلاس  $F(s) = \ln \frac{s}{s-1} + \frac{e^{-2s}}{s(s^2+4)}$  را بیابید.

۴- ابتدا تابع  $h(t) = \begin{cases} 0 & 0 < t < \pi \\ 1 & \pi \leq t < 2\pi \\ 0 & t \geq 2\pi \end{cases}$  را بصورت یک ترکیب خطی از توابع  $\delta$  ای واحد  $(H(t-a))$  بنویسید سپس معادله ی زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} y'' + 4y = h(t) \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

۵- معادله انتگرال زیر را حل کنید.

$$y(t) = t + e^t - \int_0^t y(x) \cosh(t-x) dx$$

۶- دستگاه زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{d^2 x}{dt^2} + 2 \frac{dx}{dt} + \int_0^t y dt = 0 \\ 4 \frac{d^2 x}{dt^2} - \frac{dx}{dt} + y = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x(0) = 0 \\ x'(0) = 1 \end{cases}$$

موفق باشید



دانشگاه گیلان  
دانشکده علوم پایه  
گروه ریاضی

بسمه تعالی

### سوالات امتحان پایان ترم درس معادلات دیفرانسیل

نام استاد: گروه ریاضی گروه آموزشی: همه گروهها تاریخ امتحان: ۸۸/۱۰/۲۹ تعداد سوال: ۵ زمان پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه  
استفاده از ماشین حساب: مجاز ☐ غیر مجاز ☒ نوع امتحان: باز ☐ بسته ☒ شماره صفحه:  
نام و نام خانوادگی دانشجو: شماره دانشجویی:

بارم

۱- معادله دیفرانسیل زیر را با تعویض متغیر داده شده حل کنید:

$$x^2 y'' + (x^2 + \frac{1}{4})y = 0, \quad y = \sqrt{x} \cdot z$$

۲- یک جواب معادله دیفرانسیل  $2x^2 y'' + x(2x-1)y' + y = 0$  را در مجاورت نقطه  $x_0 = 0$  به

ازای ریشه بزرگتر معادله شاخص به دست آورده و فقط فرم جواب دوم را بنویسید.

۳- با استفاده از تبدیل لاپلاس معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید:

$$ty'' + (1-2t)y' - 2y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2$$

۴- الف) نشان دهید:

$$\int_{t=0}^{\infty} \int_0^t \frac{e^{-t} \sin u}{u} du dt = \frac{\pi}{4}$$

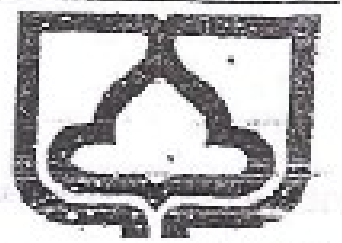
ب) لاپلاس معکوس  $L^{-1} \left[ \frac{s^2}{(s^2+1)^2} \right]$  را محاسبه کنید.

۵- دستگاه معادله دیفرانسیل زیر را به روش دلخواه حل کنید:

$$\begin{cases} (D^2 + 3)x + Dy = e^{-t} \\ -4Dx + (D^2 + 3)y = \sin 2t \end{cases}$$

موفق باشید

گروه ریاضی



دانشگاه گیلان  
شکده علوم پایه

سئوالات امتحان پایان ترم درس معادلات دیفرانسیل

نام استاد: گروه ریاضی گروه آموزشی: تاریخ امتحان: ۸۷، ۲۹، ۸۷ تعداد سوال: ۵ زمان بار خجونی: ۲۰  
استفاده از ماشین حساب: مجاز ☐ غیر مجاز ☒ نوع امتحان: باز ☐ بسته ☒ شماره صفحه: شماره دانشجویی:

بارم

۱- نوع تقعر  $x=0$  را به دست آورید  $12y + 2xy' - (1-x^2)y'' = 0$  تغییر کنید سپس جواب به دست آورید

۲- با تغییر متغیر  $u = \frac{1}{x^2}$  را به دست آورید  $xy'' + 5y' + x = 0$  را به دست آورید پس تبدیل کرده جواب به دست آورید

بصورت تابع بسط بنویسید

$$\begin{cases} xy'' + (1-x)y' + y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = -1 \end{cases}$$

۳- معادله زیر را با استفاده از تبدیل لاپلاس به دست آورید

۴- الف- نشان دهید اگر  $L\{f(t)\} = F(s)$  آنگاه  $L\{f(at)\} = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$   $a > 0$

ب- معادله زیر را با استفاده از تبدیل لاپلاس به دست آورید  $y'' - 5y' + 6y = H(2t-1)$   
 $y(0) = 0$   
 $y'(0) = 1$   
 توجه:  $H(2t-1) = u(2t-1)$

۵- دستگاه معادلات زیر را به روشی که میپسندید حل کنید

$$\begin{cases} x' = 3x - 2y - e^{2t} \sin t \\ y' = 4x - y + 2e^{-t} \cos t \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \end{cases}$$

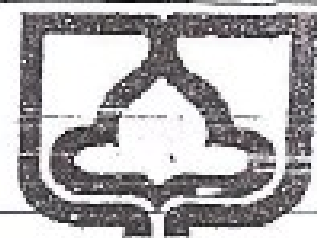
بروقت شما را در روز میبینیم

$$\left\{ H(t-a) \right\} \quad a = \frac{e}{f}$$

$$y' - 2y = 2$$

$$5 + 25 + 2$$

بسمه تعالی



دانشگاه گیلان

دانشکده علوم پایه

سئوالات امتحان پایان ترم درس معادلات دیفرانسیل

نام استاد: گروه آموزشی: تاریخ امتحان: ۸۷/۷/۷ تعداد سوال: ۷ زمان پاسخگویی: ۷۵ دقیقه

استفاده از ماشین حساب: مجاز ☐ غیر مجاز ☒ نوع امتحان: باز ☐ بسته ☒ شماره صفحه: ۱

نام و نام خانوادگی دانشجو: زهرا رحیمی شماره دانشجویی: ۸۴۱۴۱۵۷۰۱۰

سئوالات امتحان دربردارندهٔ سوالات زیر است در هر نیمهٔ حضور ۱۷ سوال

بارم

۱- جواب عمومی معادلهٔ دیفرانسیل زیر را بیابید

$$1) \quad xy' = y + (x^2 + y^2)^{1/2}$$

$$2) \quad xdy - ydx = (4x^2 + y^2)dy$$

$$3) \quad (1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)$$

$$4) \quad y'' + 5y' + 6y = 4e^{-3x} + 5e^{2x}$$

$$\sqrt{1+u^2} = 2u(1+u^2)^{-1/2}$$

$$\sin^{-1} u \quad \sqrt{1-u^2}$$

$$5) \quad x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0$$

$$\text{جواب عمومی معادله} \quad x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^3 e^x$$

۶- جواب معادلهٔ دیفرانسیل  $y'' + 3xy' + 2y = 0$  را بصورت یک سری توانی

$$\text{حول نقطه} \quad x_0 = 0 \quad \text{بنویسید}$$

$$L\{y^{(n)}\} = -y^{(n-1)}(0) - s y^{(n-2)}(0) - \dots - s^{n-2} y^{(2)}(0) - s^{n-1} y^{(1)}(0) + s^n y(0)$$

۷- جواب معادلهٔ دیفرانسیل زیر را با استفاده از تبدیل لاپلاس بیابید

$$\begin{cases} y'' + 3y' + 2y = \cos x \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

$$\frac{s^2 x^2}{s^2 x^2} \quad \frac{y(0)}{s} \quad \frac{y'(0)}{s}$$

$$\frac{y' - y + e^t}{4} = u$$

۸- در نگاه معادلهٔ زیر را به صورتی که معادله حل نشود

$$\begin{cases} x' = x + y + 2e^t \\ y' = 4x + y - e^t \end{cases}$$

$$x = x(t) \quad y = y(t)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+u^2}} = \frac{u}{1+u^2}$$

$$-2e^{t/2} + \frac{e}{2}$$

برق آبی

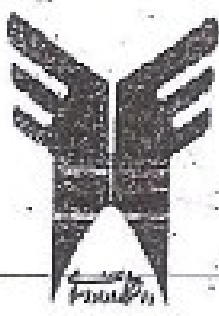
امتحان: معادلات دیفرانسیل رشته: فنی

نام استاد: قدس ( ) ترم ( ) سال ( )

تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۴/۸۴

وقت امتحان: ۱۰۰ دقیقه کارشناسی کاردانی □ ارشد

باسمه تعالی



نام:

نام خانوادگی:

شماره دانشجویی:

شماره صندلی:

بارم

$$x^2 y'' + 4xy' + 2y = 0$$

۱- جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بیابید

$$3y'' - 2y' - y = x^2$$

۲- جواب خصوصی معادله دیفرانسیل زیر را بیابید

$$y'' - 4y' + 4y = \frac{e^{2x}}{x} \quad \text{رایبست از رید}$$

۳- جواب معادله دیفرانسیل

$$y'' - 2xy' + 18y = 0 \quad \text{با شرط} \quad y(0) = 12 \quad \text{و} \quad y'(0) = 0 \quad \text{رایبست از رید}$$

۴- جواب معادله دیفرانسیل

سری توانی بنویسید

$$5- \text{تبدیل لاپلاس تابع} \quad f(t) = e^{3t} (2 \cos 5t - 3 \sin 5t) \quad \text{را بنویسید}$$

۶- معکوس تبدیل لاپلاس

$$\frac{s-1}{s^2-2s+5} \quad \text{را بیابید}$$

۷- سؤال زیر را با استفاده از تبدیل لاپلاس حل کنید

$$y'' + 2y' + y = 0$$

$$y(0) = -2$$

$$y'(0) = 5$$

موفق باشید

قدس



## معادلات دیفرانسیل

۱- جواب عمومی معادله ی دیفرانسیل زیر را بیابید.

$$y'' - 4y' + 5y = 3 \cosh x$$

۲- جواب عمومی معادله ی دیفرانسیل زیر را بیابید.

$$xy'' + 2(1-x)y' + (x-2)y = 2e^x$$

۳- جواب معادله ی دیفرانسیل زیر را بصورت یک سری توانی حول نقطه ی  $x_0 = 0$  بنویسید و نشان دهید که معادله دارای جوابی بصورت چند جمله ایست.

$$(1-x^2)y'' - 2xy' + 6y = 0$$

۴- معادله ی دیفرانسیل زیر را با استفاده از تبدیلات لاپلاس حل کنید.

$$y'' + 4y' + 5y = 39e^x \sin x$$

$$y(0) = -1$$

$$y'(0) = -1$$

۵- الف) تبدیل لاپلاس  $f(t) = \int_0^t e^x \cos 2x dx$  را بیابید.ب) تبدیل لاپلاس معکوس  $F(s) = \frac{s+3}{s^3-s}$  را بیابید.

## معادلات دیفرانسیل

۱- نوع نقطه ی  $x_0 = 0$  را برای معادله ی زیر تعیین کنید. سپس جواب معادله را حول همین نقطه بصورت یک سری توانی بیابید چنانچه معادله را بروش فروبنیوس حل میکنید جواب را فقط به ازاء ریشه ی بزرگتر معادله ی مفسر(شاخص) بنویسید.

$$2x^2 y'' + x(2x-1)y' + y = 0 \quad (\text{الف})$$

$$(1-x^2)y'' - 2xy' + 6y = 0 \quad (\text{ب})$$

۲- ابتدا نشان دهید که  $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$  سپس  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{-\ln x}}$  را محاسبه کنید.

۳- معادله ی زیر را با استفاده از تبدیل لاپلاس حل کنید.

$$\begin{cases} xy'' + 3xy' + 5xy = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 0 \end{cases}$$

۴- معادله ی انتگرال زیر را حل کنید.

$$y(t) = t + e^t - \int_0^t y(x) \cosh(t-x) dx$$

۵- تبدیل لاپلاس  $f(t)$  و لاپلاس معکوس  $F(s)$  را بیابید.

$$f(t) = t^2 e^{-t} \int_0^t e^{2x} \sin 5x dx$$

$$F(s) = \frac{2(s-1)e^{-2s}}{s^2 - 2s + 2}$$

۶- دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} x' = x + y + 2e^t \\ y' = 4x + y - e^t \end{cases} \quad \begin{matrix} x = x(t) \\ y = y(t) \end{matrix}$$

موفق باشید.

بنام خدا  
مدرس، دانشجو، استاد  
معارف و فنون  
دانشگاه تهران

۱- الف: اگر  $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$  و  $G(s) = \mathcal{L}\{g(t)\}$  و  $H(s) = F(s)G(s)$

$$\mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = \int_0^t f(z)g(t-z)dz \quad \text{نشان دهید}$$

ب: با استفاده از تبدیل لاپلاس جواب معادله دیفرانسیل زیر را به دست آورید

$$y'' + 2y' + 2y = f(t) \quad f(t) = 1 - U_{\pi/4}(t)$$

$$y(0) = 0 \quad y'(0) = 0$$

۲- با استفاده از مقادیر ویژه و بردارهای ویژه جواب معادلات زیر را به دست آورید

$$\underline{y}' = \underline{A} \underline{y} \quad \underline{y} = \begin{bmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \\ y_3(x) \end{bmatrix}, \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ -8 & -5 & -3 \end{bmatrix}$$

۳- با استفاده از تبدیل لاپلاس و بسط درجه دوم  $(1+z)^p$  نشان دهید

$$x y'' + y' + x y = 0 \quad \text{که جواب معادله دیفرانسیل باشد} \quad y(0) = 1$$

شکل زیر است

$$y(x) = c \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n)!}{2^{2n} (n!)^2} x^{2n}$$

۴- ابتدا جوابی برای معادله صحن  
و سپس جواب عمومی معادله دفرانسیل زیر را بدست آوریم

$$(x^2 - 1)y'' - 2xy' + 2y = (x^2 - 1)^2$$

۵- جوابهای سری فریبیین معادله دفرانسیل زیر را بدست آوریم

$$2xy'' + y' + xy = 0$$

۱- در معادله دیفرانسیل زیر تابع  $h(t)$  را به شکل ترکیبی از دو تابع  $y(t)$  نوشته و سپس با استفاده از تبدیل

لاپلاس جواب  $y(t)$  را بدست آورید

$$y'' + 2y' + 2y = h(t) \quad h(t) = \begin{cases} 1 & \pi \leq t < 2\pi \\ 0 & 0 \leq t < \pi, t \geq 2\pi \end{cases}$$

$$y(0) = 0, y'(0) = 1$$

۲- اگر  $\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(z) dz\right\} = \frac{1}{s} F(s)$  که در آن  $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$  با استفاده از

این قضیه تبدیل معکوس تابع  $F(s) = \frac{1}{s^2(s^2+1)}$  را بدست آورید.

۳- با استفاده از روش اراتو و معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید

$$\begin{cases} y_1' = y_1 - y_2 - t^2 \\ y_2' = y_1 + 3y_2 + 2t \end{cases}$$

۴- معادله دیفرانسیل زیر را با استفاده از تبدیل لاپلاس حل کنید

$$y'' - 2y' + 2y = \cos t \quad y(0) = 1, y'(0) = 0$$

۵- جواب عمومی معادله دیفرانسیل زیر را بدست آورید. برای بدست

آوردن جواب صریحی (از تغییر متغیر  $y = x^m$  استفاده نمائید).

$$x^2 y'' - x y' + 2y = x \ln x$$

۶- معادله دیفرانسیل زیر را حل نمائید

$$y'' + a^2 y = 2 \cos mx + 3 \sin mx$$

$$a, m \in \mathbb{R}$$