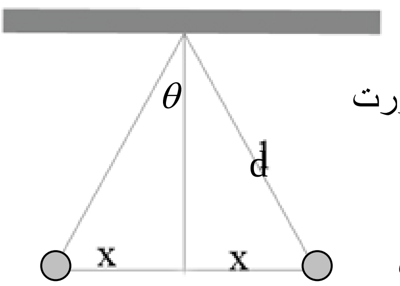
آونگ ساده(بخش ۱)

در طبیعت حرکت های تناوبی بیشماری دیده میشود. حرکت رفت و برگشت پاندول ساعت ، حرکت نوسانی دستگاه جرم و فنر،ضربان قلب و گردش زمین به دور خود و خورشید مواردی از حرکت تناوبی یا همان نوسانی هستند. وجه اشتراک تمام حرکتهای تناوبی نیرویی بازگرداننده است که پس از خارج شدن جسم از وضع تعادل سعی دارد جسم را به وضع اولیه بر گرداند.

آونگ ساده یکی از وسایلی است که دارای حرکت تناوبی میباشد.آونگ ساده را این طور تعریف میکنند: جرمی نقطه ای که به یک ریسمان بی جرم و ناکشسان متصل است و خود ریسمان به نقطه ای محکم شده است.

اگر زاویه انحراف آونگ از حالت عمودی کمتر از ۶ درجه باشد داریم : $\sin\theta \simeq \theta = \frac{x}{d}$ (۱-۱).

شکل۱-۱



x مقدار انحراف از خط عمودی یا همان دامنه و d طول نقطه آویز تا مرکز جرم جسم است. چون مقدار θ را کمتر از ٦ درجه انتخاب کردیم حرکت اونگ تقریبا بر روی خط راست انجام میشود و به حرکت نوسانی نزدیکتر میشود. دراین صورت بازگرداننده آونگ که تقریبا در راستای افقی است برابر با (۱-۲) $F = mg\sin\theta$ میشود و با توجه به رابطه ۱-۱ داریم (۱-۳) $F = -mg\frac{x}{d}$.در رابطه ۱-۱ چون جهت نیروی بازگرداننده با علامت مکان جسم قرینه هم هستند سمت راست رابطه ۱-۱ را در یک منفی ضرب کردیم. ازطرفی نیروی بازگردانده در حرکت نوسانی برابر با رابطه (۱-۴) $F = -m\omega^۲ x$ نیز است. از مساوی قرار دادن روابط ۱-۳ و ۱-۴ داریم (۱-۵) $\omega = \sqrt{\frac{g}{d}}$ و چون (۱-۶) $\omega = \frac{۲\pi}{T}$ داریم (۱-۷) $T = ۲\pi\sqrt{\frac{d}{g}}$.بنابراین دوره تناوب آونگ ساده برابر با رابطه ۱-۷ میباشد.

هر آونگی از جمله آونگ ساده حالت خاصی از آونگ فیزیکی است دوره نوسان آونگ فیزیکی از رابطه (۱-۸) $T = ۲\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$ بدست می اید. که در ان I لختی دورانی یا لختی چرخشی است و d فاصله نقطه آویز یعنی نقطه ای که ریسمان به ان محکم شده تا مرکز جرم جسم میباشد. M جرم جسم و g شتاب گرانش است. اگر آونگ فیزیکی همان اونگ ساده باشد انگاه لختی چرخشی جسم که از رابطه (۱-۹) $I = mr^۲$ بدست می اید برابر با $md^۲$ میشود که اگر در رابطه ۱-۸ قرار دهیم میبینیم که رابطه ۱-۸ به رابطه ۱-۷ تبدیل میشود. در رابطه ۱-۹ r فاصله جسم تا محور دوران است که در اینجا برای آونگ ساده برابر با d است.

اثبات رابطه ۱-۸:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \Rightarrow \tau = r \times F \times \sin\theta \Rightarrow (r \times \sin\theta)mg = -mg \times d \times \sin\theta \Rightarrow \text{رابطه ۱-۱} \Rightarrow mg \times d \times \theta$$

$$\tau = I\alpha = I\frac{d^۲\theta}{dt^۲} \Rightarrow I\frac{d^۲\theta}{dt^۲} = -mg \times d \times \theta$$

گشتاور نیرو از دو رابطه (۱-۱۰) $\vec{\tau} = I\vec{\alpha}$ و(۱-۱۱) $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$بدست می اید.رابطه ۱-۱۱ ضرب خارجی بردار

نیرو در بردار مکان جسم نسبت به محور دوران در صفحه ای که جسم در ان دوران میکند است.گشتاور نیرو را از رابطه ۱۱-۱ حساب کردیم و با رابطه ۱۰-۱ مساوی قرار دادیم.

از مقایسه با نیروی فنر داریم:

$$I \leftrightarrow m \text{ و } m\frac{d^۲x}{dt^۲} = -kx \Rightarrow T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\frac{d^۲x}{dt^۲} \leftrightarrow \frac{d^۲\theta}{dt^۲} \text{ و } mg \leftrightarrow k \text{ و } \theta \leftrightarrow x$$

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

اگر رابطه ۷-۱را برای g حل کنیم و از ان لگاریتم طبیعی بگیریم و سپس از ان مشتق گرفته و در آخر تمام منفی ها را به مثبت تبدیل کنیم خطای مطلق شتاب گرانش بدست می اید.بنابراین داریم:(۱۲-۱) $\Delta g = g(\frac{۲\Delta T}{T} + \frac{\Delta d}{d})$

آزمایش(بخش۲)

برای محاسبه شتاب گرانش مطابق جدول۱-۲ آونگ را با dهای متفاوت و دامنه یکسان ۲ سانتیمتر به نوسان در می اوریم و زمان ۲۰ نوسان را اندازه میگیریم و سپس زمان یک نوسان را بدست می اوریم و از انجا شتاب گرانش برای هر بار آزمایش را بدست می اوریم و سپس از ان میانگین میگیریم.برای تعیین خطای مطلق زمان d را برابر با یک طول مشخص به عنوان مثال ۱۰۰ سانتیمتر میگیریم و ۷ بار مدت زمان ۲۰ نوسان را اندازه میگیریم و سپس زمان یک نوسان را بدست می اوریم و میانگین میگیریم و خطای مطلق هر بار را حساب میکنیم و سرانجام از این خطاهای مطلق زمان میانگین میگیریم. سپس برای هر باز آزمایش با d متفاوت خطای مطلق شتاب گرانش را حساب کرده در آخر میانگین میگیریم.

شماره آزمایش	d (cm)	۲۰ T (s)	T_m (s)	g $(m/s^۲)$
۱	۲۵/۰	۲۰/۰۳	۱/۰۰	۹/۸۷
		۲۰/۰۹		
۲	۳۰/۰	۲۱/۴۲	۱/۰۷	۱۰/۳
		۲۱/۴۶		
۳	۸۰/۰	۳۵/۶۵	۱/۷۹	۹/۸۷
		۳۵/۸۷		
۴	۱۰۰/۰	۴۰/۰۰	۲/۰۰	۹/۸۷۰
		۳۹/۹۷		
۵	۱۲۰/۰	۴۳/۶۹	۲/۱۸	۹/۹۶۸
		۴۳/۷۱		

جدول۱-۲

در آزمایش شماره ۲ چون مقدار شتاب گرانش بدست امده با مقادیر بدست امده از دیگر آزمایشها تفاوت بیشتری

دارد ،در میانگین گیری از g وارد نکردیم.میانگین g از ازمایشهای ۱تا ۵ بجز آزمایش۲ مقدار $۹/۸۹\ m/s^{۲}$ بدست امد.در ضمن T_m نماد میانگین زمان یک نوسان است.

شماره آزمایش	d (cm)	۲۰ T (s)	T_m (s)	ΔT(s)
۱	۱۰۰/۰	۳۹/۹۰	۲/۰۰	۰
۲	۱۰۰/۰	۴۰/۰۹	۲/۰۰	۰
۳	۱۰۰/۰	۳۹/۶۳	۱/۹۸	۲×۱۰^{-۲}
۴	۱۰۰/۰	۴۰/۰۴	۲/۰۰	۰
۵	۱۰۰/۰	۳۹/۹۷	۲/۰۰	۰
۶	۱۰۰/۰	۴۰/۰۰	۲/۰۰	۰
میانگین			۲/۰۰	۳×۱۰^{-۳}

جدول ۲-۲

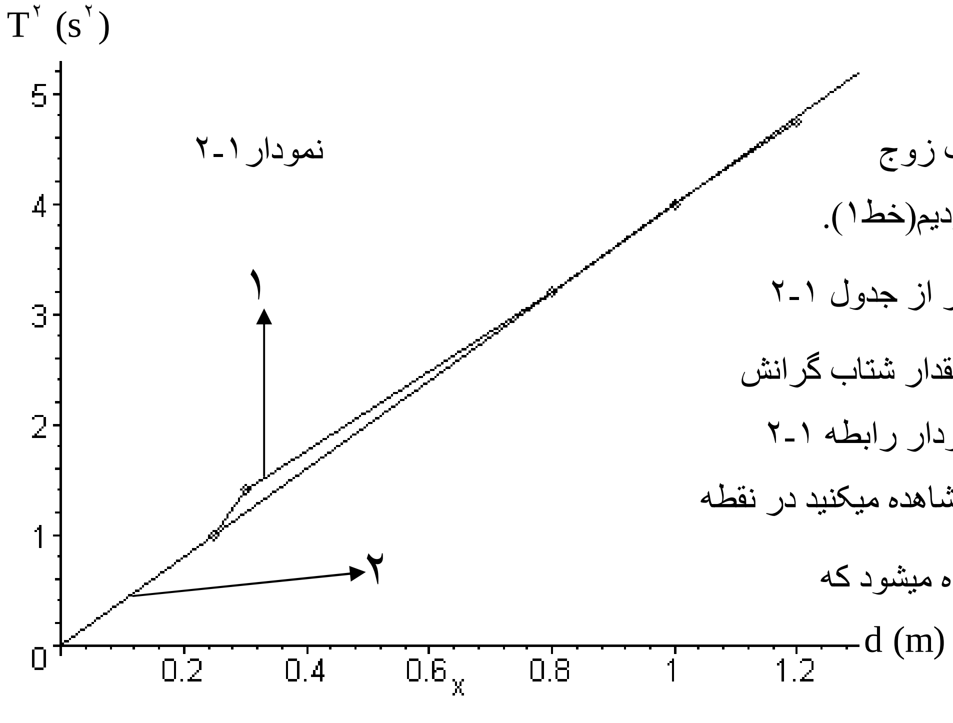
چون میانگین خطای مطلق زمان از دقت زمانسنج استفاده کمتر است دقت زمانسنج را برابر با خطای مطلق زمان میگیریم.دقت زمانسنجی که ما استفاده کردیم ۰/۰۲ ثانیه است و مقدار خطای مطلق طول برابر با $۱۰^{-۳}$متر میباشد..

اکنون خطای مطلق شتاب گرانش هر آزمایش جدول۱-۲ را حساب میکنیم.توجه کنید چون خطای آزمایش در آزمایش شماره۲ از جدول۱-۲ زیاد است نتیجه این آزمایش را کنار گذاشته ایم.

شماره آزمایش	T_m (s)	Δg $(m/s^{۲})$
۱	۱/۰۰	$۴/۴\times ۱۰^{-۱}$
۳	۱/۷۹	$۲/۳\times ۱۰^{-۱}$
۴	۲/۰۰	$۲/۱\times ۱۰^{-۱}$
۵	۲/۱۸	$۱/۹\times ۱۰^{-۱}$
میانگین		$۲/۷\times ۱۰^{-۱}$

جدول۳-۲

اکنون نمودار(۱-۲) $\frac{۴\pi^{۲}}{g}\times d = T^{۲}$ را رسم میکنیم می کنیم که در ان مجذور زمان بر حسب d است. شیب این خط برابر با $\frac{۴\pi^{۲}}{g}$است.



نمودار رابطه ۱-۲ را هم بصورت زوج مرتب و هم بصورت خط رسم کردیم(خط۱).

داده ای لازم برای رسم این نمودار از جدول ۱-۲ گرفته شده است. در رابطه ۱-۲ مقدار شتاب گرانش میانگین را قرار دادیم و همراه نمودار رابطه ۱-۲ رسم کردیم(خط۲).همانگونه که مشاهده میکنید در نقطه (۰/۳۰۰و۳/۲۰) یک انحراف دیده میشود که به علت زیاد بودن خطاست.

آونگ کاتر(بخش۳)

به دلیل عدم دقت کافی در اندازه گیری طول آونگ ساده ، در آزمایشگاه ها برای تعیین شتاب گرانش به جای آونگ ساده از آونگ مرکب استفاده میکنند و طول آونگ ساده همزمان با ان را بکار میبرند.این روش برای نخستین بار در سال ۱۸۱۸ بوسیله کاتر بکار رفت.

همانگونه که دیدید دوره آونگ فیزیکی که حول محوری که در فاصله a از مرکز جرم واقع شده است برابر با رابطه۸-۱ است. لختی چرخشی آونگ نسبت به محور آویز را میتوان به صورت زیر نوشت

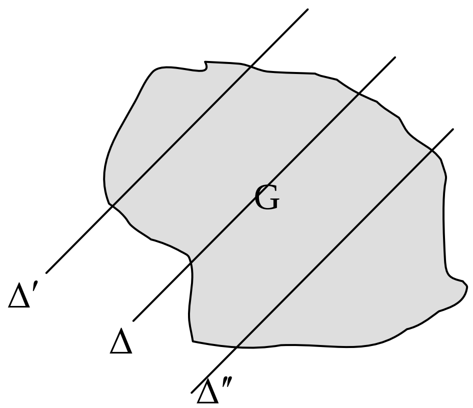
$I = I_G + Ma^۲$ (۳-۱).مطابق شکل ۱-۳ در این رابطه I_G لختی چرخشی آونگ نسبت به محور Δ' است که از مرکز جرم گذشته و موازی محور Δ میباشد و $Ma^۲$ لختی چرخشی نقطه ای است نسبت به محور Δ به طوری که آن نقطه در مرکز جرم واقع شده و جرم آن برابر جرم آونگ است. I_G را بصورت $I_G = MK^۲$ نشان میدهند. K را شعاع چرخش یا شعاع ژیراسیون گویند. بنابراین با گذاشتن رابطه۱-۳ بجای I در رابطه ۸-۱ داریم:

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{MK^۲+Ma^۲}{Mga}} = ۲\pi\sqrt{\frac{K^۲+a^۲}{ag}} \quad (۳-۲)$$

طول آونگ ساده که دوره نوسان آن مساوی دوره نوسان T این آونگ باشد بطول آونگ ساده همزمان با آونگ ساده مرسوم است و مقدار آن برابر است با (۳-۳) $d = \frac{a^۲ + K^۲}{a} = a + \frac{K^۲}{a}$.اگر در طرف دیگر آونگ ، محور Δ'' را طوری انتخاب کنیم که Δ و Δ'' به موازات هم و در صفحه ای شامل G باشند و زمان نوسان آونگ حول این دو محور با یکدیگر برابر باشند در صورت نشان دادن فاصله محور Δ'' تا مرکز جرم با d' میتوان نوشت:

(۳-۴) $I = a + \frac{k^۲}{a} = a' + \frac{k^۲}{a'}$ یا (۳-۵) $K^۲(\frac{۱}{a} - \frac{۱}{a'}) = a' - a$ در نتیجه (۳-۶) $aa' = K^۲$ و (۳-۷) $d = a + a'$

بنابراین هرگاه آونگ حول دو محور موازی واقع در دو طرف مرکز جرم و به فاصله های غیر مساوی از آن به نوسان دراید و دوره حرکت برای هر دو یکسان باشد ، فاصله دو محور را طول آونگ ساده همطمان با آونگ مرکب گویند به شرط لینکه مرکز جرم روی صفحه ای باشد که از دو محور میگذرد. در این صورت یکی ار محورها را محور اویز و دیگری را محور نوسان گویند. برای پیدا کردن طول آونگ ساده همزمان با آونگ مرکب ، آونگ را حول دو تیغه که به منزله محورها هستند به نوسان در می اورند و موقعی که مرکز جرم به یک فاصله از دو محور نیست و دوره نوسان در دو حالت مساوی میشود ، فاصله دو تیغه مقدار مطلوب است.



شکل۱-۳

آزمایش(بخش۴)

آونگ کاتر از یک میله و دو وزنه که به این میله متصل اند و یک سه پایه تشکیل شده است.فاصله دو تیغه در این آونگ برابر با یک متر است. یک تیغه را A و تیغه دیگر را B مینامیم و همچنین یک وزنه را a و وزنه دیگر را b نامگذاری میکنیم. وزنه b را ثابت نگه میداریم و فاصله وزنه a را از تیغه A که به ان نزدیکتر از تیغه B است را تغییر میدهیم و در هر بار تغییر دوره نوسان آونگ از تیغه A و B را اندازه میگیریم.توجه داشته باشید که وزنه b را به فاصله ۲۳ سانتیمتری تیغه B قرار میدهیم و مکان ان را دیگر تغییر نمیدهیم.فاصله وزنه a را مطابق جدول ۱-۴ از تیغه A تغییر میدهیم و هربار مدت زمان ۲۰ نوسان را بدست می اوریم.جاییکه دوره دو نوسان از تیغه A و B با هم برابر باشد آزمایش پایان یافته و از آن دوره نوسانی که حول تیغه Aو B یکی است برای یافتن شتاب گرانش استفاده میکنیم.بهتر است در فاصله هایی که فکر میکنیم دوره نوسان حول دو تیغه یکی است مدت زمان ۳۰ نوسان یا بیشتر را اندازه بگیریم و فاصله وزنه a از تیغه A را در حد سانتیمتر تغییر دهیم. پس از انجام آزمایش نتایج زیر بدست آمد.

شماره آزمایش	ba (cm)	$t_a = ۲۰T_a$ (s)	$t_b = ۲۰T_b$ (s)	T_a (s)	T_b (s)	T_m (s)	$\Delta T_{a,b}$ (s)	g $(m/s^۲)$
۱	۹/۵	۶۰/۲۵	۶۰/۱۹	۲/۰۰۸	۲/۰۰۶	۲/۰۰۷	۲×۱۰^{-۳}	۹/۸۰۱
۲	۱۰	۵۹/۹۰	۵۹/۹۷	۱/۹۹۷	۱/۹۹۹	۱/۹۹۸	۲×۱۰^{-۳}	۹/۸۸۹
۳	۱۰/۵	۶۰/۰۳	۶۰/۱۰	۲/۰۰۱	۲/۰۰۳	۲/۰۰۲	۲×۱۰^{-۳}	۹/۸۵۰
۴	۱۸	۴۰/۶۵	۴۰/۸۱	۲/۰۳۲	۲/۰۴۱	۲/۰۳۶	۹×۱۰^{-۳}	۹/۵۲۴
۵	۲۲	۵۸/۲۵	۵۷/۶۹	۱/۹۴۲	۱/۹۲۳	۱/۹۳۲	۱۹×۱۰^{-۳}	۱۰/۵۸
۶	۲۴	۴۰/۰۷	۴۰/۴۱	۲/۰۰۴	۲/۰۲۰	۲/۰۱۲	۱۶×۱۰^{-۳}	۹/۷۵۲
۷	۲۵	۵۷/۹۶	۵۷/۰۳	۱/۹۳۲	۱/۹۰۱	۱/۹۱۶	۳۱×۱۰^{-۳}	۱۰/۹۲
۸	۲۷	۵۷/۸۱	۵۶/۹۴	۱/۹۲۷	۱/۸۹۸	۱/۹۱۲	۲۹×۱۰^{-۳}	۱۰/۸۰
۹	۳۰	۳۹/۸۸	۳۹/۵۹	۱/۹۹۴	۱/۹۸۰	۱/۹۸۷	۱۴×۱۰^{-۳}	۱۰/۰۰
۱۰	۳۶	۳۹/۵۰	۳۹/۱۲	۱/۹۷۵	۱/۹۵۶	۱/۹۶۶	۱۹×۱۰^{-۳}	۹/۹۰۹
۱۱	۴۲	۳۹/۴۰	۳۸/۸۰	۱/۹۷۳	۱/۹۴۰	۱/۹۵۶	۳۳×۱۰^{-۳}	۱۰/۳۲

جدول۱-۴

مقدار شتاب گرانش را برای هر آزمایش حساب کردیم. همانطور که میبینید با افزایش اختلاف دوره نوسان حول دو تیغه، مقدار شتاب گرانش بدست امده از میانگین t_a و t_b، اختلاف بیشتری نسبت به مقدار حقیقی دارد. t_a دوره نوسان حول تیغه A و t_b دوره نوسان حول تیغه B است.

چون اختلاف t_a و t_b یعنی $\Delta T_{a,b}$ در ba=۹/۵ که ba همان فاصله وزنه a از تیغه A است بدون گرد کردن از همه ba ها از جمله فاصله های ۱۰ و ۱۰/۵ سانتیمتری کمتر است. با استفاده از میانگین t_a و t_b بدست امده از این فاصله مقدار شتاب گرانش را بدست می اوریم.برای مقایسه شتاب گرانش سایر ba ها را نیز بدست اوردیم و همانگونه که معلوم است مقدار شتاب گرانش مربوط به این فاصله از همه دقیقتر است.

این متن توسط یاشار نوشته شده است.

وبلاگ من www.elekteron.blogsky.com.

هر گونه برداشت از این نوشته باید با اشاره به آدرس وبلاگ صورت گیرد.

اندازه گیری

فیزیک علم اندازه گیری است یعنی فیزیکدانان همواره تلاش میکنند تا نتایج یک اندازه گیری را به نتایج چند اندازه گیری دیگر مربوط کنند به عبارت دیگر فیزیکدانان تلاش میکنند تا رابطه بین چند اندازه گیری را پیدا کنند و انها را در قالب روابط ریاضی بیان کنند. که نتیجه این کار این است که فیزیکدانان ، طبیعت و مشاهدات حاصل از طبیعت را اگر نه همه ان را، دستکم بخشی از ان را بصورت روابط ریاضی بیان میکنند. بنابراین اندازه گیری کمیتهای فیزیکی در این دانش بسیار مهم است بلکه بدون اندازه گیری چیزی بنام فیزیک وجود ندارد.

در فیزیک دقت هیچ اندازه گیری ای کامل نیست و همیشه کمی خطا در اندازه گیری وجود دارد.فیزیکدانان همواره تلاش میکنند تا بهبود دستگاه های اندازه گیری نتایج دقیقتری از انجام یک آزمایش بدست اورند.از اینرو همواره شاهد دقیقتر شدن دستگاه ها و بهبود انها هستیم.

بسته به اینکه چه نوع آزمایشی میخواهیم انجام دهیم و کمیت مورد اندازه گیری چیست، لوازم اندازه گیری مختلفی در اختیار داریم. ما در اینجا میخواهیم به بررسی لوازمی بپردازیم که برای اندازه گیری کمیت طول بکار می رود. این لوازم عبارتند از: ۱.کولیس ۲.ریز سنج ۳.گوی سنج

کولیس (بخش۱-۱):

ابزاری است برای اندازه گیری طول ، قطر داخلی و خارجی و عمق اجسام. کولیس از دو قسمت تشکیل شده است که یک قسمت ان متحرک و یک قسمت ان ثابت است.قسمت ثابت کولیس از پایین بر حسب میلیمتر مدرج شده است و قسمت متحرک را میشود بر روی ان لغزاند و اگر نیاز بود بوسیله پیچی قسمت متحرک را در جای خود محکم کرد.بر روی قسمت متحرک نیز درجه بندی ای قرار دارد که این درجه بندی ، درجه ورنیه نامیده میشود. هر یک از قسمتهای متحرک و ثابت دارای یک پاشنه و شاخک برای اندازه گیری قطر داخلی و خارجی جسم هستند و در پشت کولیس تیغه نازکی قرار دارد که به قسمت متحرک متصل است که با ان عمق جسم را اندازه میگیرند.(شکل۱-۱)

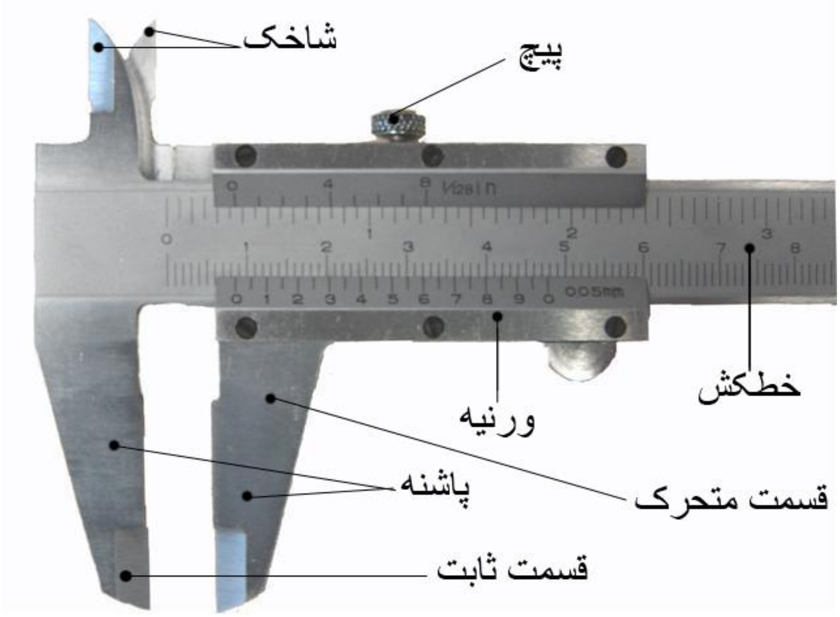
برای اندازه گیری طول و همچنین قطر خارجی اجسام ، انها را بین دو پاشنه کولیس قرار میدهیم.

برای اندازه گیری قطر داخلی اجسام دو شاخک کولیس را درون ناحیه ای که میخواهیم قطر داخلی ان را اندازه بگیریم میگذاریم و برای اندازه گیری عمق اجسام تیغه کولیس را درون شکاف مورد نظر قرار میدهیم بطوریکه تیغه به انتهای شکاف برسد و انتهای کولیس بر شکاف مماس شود.

در خط کشهای ورنیه n-۱ میلیمتر را به n قسمت مساوی تقسیم میکنند بنابر این هر درجه ورنیه $\frac{n-۱}{n}$ میلیمتر است و از یک میلیمتر به اندازه $\frac{۱}{n} = \frac{n-۱}{n} - ۱$ کمتر است. $\frac{۱}{n}$ نشاندهنده میزان دقت دستگاه درجه بندی شده است. یعنی اگر $n=۱۰$ باشد ،یعنی ۹ میلیمتر به ۱۰ قسمت تقسیم شده باشد دقت کولیس $۰/۱ = \frac{۱}{n}$ است. و اگر $n=۲۰$ یعنی ۱۹ میلیمتر به ۲۰ قسمت تقسیم شده باشد دقت کولیس $۰/۰۵ = \frac{۱}{n}$ میلیمتر است.

در هنگام اندازه گیری اگر صفر ورنیه در مقابل یکی از درجه های خط کش قرار گیرد مقدار کمیت از روی خط کش خوانده میشود. اما اگر صفر ورنیه از مقابل یکی از درجه ها رد شود ولی به درجه بعدی نرسد باید ببینیم که چه درجه ای از ورنیه در مقابل یکی از درجه های خط کش قرار گرفته است. فرض کنید که صفر ورنیه از p میلیمتر گذشته است و درجه x ورنیه در مقابل یکی از درجه های خط کش قرار گرفته است. در این صورت اندازه کمیت مورد نظر برابر با(۱-۱) $p + x \times \frac{۱}{n}$ میلیمتر است. توجه کنید که $x \times \frac{۱}{n}$ کوچکتر از یک میلیمتر است و اگر صفر ورنیه در مقابل یکی از درجه های خط کش قرار گیرد برابر با یک میلیمتر میشود.

اساس کار کولیس با توجه به اینکه در ورنیه n-۱ قسمت را به n قسمت تقسیم میکنند اینگونه است که وقتی که مثلا درجه x ورنیه در مقابل یکی ازدرجه های خطکش مثلا r قرار میگیرد فاصله بین دو درجه ورنیه به اندازه $\frac{۱}{n}$ میلیمتر از فاصله بین دو درجه خط کش کوچکتر است در واقع فاصله درجه x-۱ ورنیه از درجه $r-۱$ خطکش به اندازه $\frac{۱}{n}$ میلیمتر است و فاصله درجه $x-۲$ ورنیه از درجه $r-۲$ خطکش برابر $\frac{۲}{n}$ میلیمتر است و همین طور تا اینکه فاصله درجه $x-x$ یعنی صفر ورنیه از درجه $r-x$ برابر با $\frac{x}{n}$ میلیمتر است. $r-x$ را برابر با p میگیریم. میدانیم که صفر ورنیه از درجه p خطکش گذشته و فاصله ان تا درجه p برابر با $\frac{x}{n}$ است. بنابراین اندازه کمیت مورد نظر برابر با رابطه ۱-۱ میشود.



شکل ۱-۱

ریزسنج(بخش۲):

وسیله ای است که با خاصیت پیچ ساخته شده است و میتواند قطر سیمها و اجسام کروی شکل و یا ضخامت صفحات نازک را با دقت خیلی زیاد اندازه گیری کند.ریزسنج از یک قسمت ثابت تشکیل شده است که یک رکاب فلزی میباشد که به یک طرف سندان کوچکی نصب شده و در طرف دیگر ان استوانه مدرجی است که روی ان با تقسیم بندی های ۰/۵ یا ۱میلیمتری تقسیم بندی شده است.قسمت متحرک ریزسنج یک پوسته استوانه ای شکل است که محیط ان به ۵۰ یا۱۰۰

قسمت مساوی تقسیم شده است.این استوانه توسط پیچی که روی ان قرار دارد میتواند روی استوانه ثابت مدرج زیرین حرکت کند.گام این پیچ ۰/۵ یا یک میلیمتر است.یعنی اگر استوانه یک دور بچرخد ، استوانه ۰/۵ یا ۱ میلیمتر جلو یا عقب میرود و میله ای که به پیچ وصل است به همین اندازه به سندان نزدیک یا از ان دور میشود.

در ریزسنجهایی که گام پیچ ۱ میلیمتر است دور استوانه متحرک را به ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم میکنند. بر روی استوانه ثابت خطی قرار دارد که محور تقسیم بندی استوانه ثابت است. هنگامیکه که صفر استوانه متحرک در برابر این خط قرار داشته باشد ، اگر استوانه متحرک یک دور بچرخد صفر استوانه متحرک دوباره در مقابل این خط قرار میگیرد پس به ازای یک دوری که استوانه میزند از مقابل این خط ۱۰۰ قسمت از ۰ تا ۱۰۰ میگذرد. اگر هنگامیکه جسم را بین سندان و میله متحرک قرار دادیم و جسم را بین این دو پرس کردیم دو حالت وجود دارد:

۱. یا لبه استوانه متحرک بر روی یک درجه از استوانه ثابت قرار دارد.

۲. یا اینکه از یک درجه رد شده ولی به درجه بعدی نرسیده **است.**

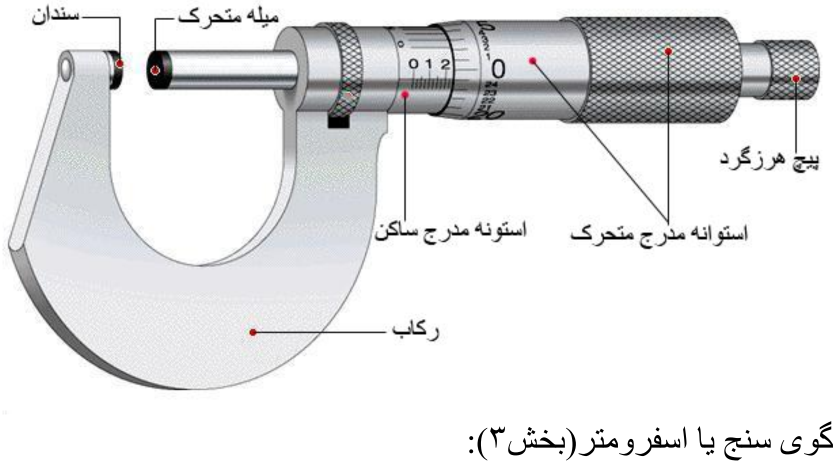
در حالت اول عددی را که درجه استوانه ثابت نشان می دهد را به عنوان قطر جسم انتخاب میکنیم. توجه کنید که در این حالت عددی که در مقابل خط استوانه ثابت قرار دارد صفر است (درجه صفر و ۱۰۰ استوانه متحرک **بر هم منطبق اند).**

در حالت دوم میبینیم که چه عددی از استوانه متحرک در مقابل خط استوانه ثابت قرار دارد. گفتیم که به ازای یک دور چرخش یعنی یک میلیمتر حرکت از مقابل این خط ۱۰۰ قسمت از ۰ تا ۱۰۰ می گذرد. حال فرض کنید عدد x روبروی این خط قرار دارد و لبه استوانه از درجه r روی استوانه ثابت رد شده است. با یک تناسب فاصله ای را که استوانه باید طی کند تا عدد x در مقابل این خط قرار گیرد را حساب میکنیم.

۱۰۰ قسمت از روبروی خط استوانه ثابت میگذرد	۱میلیمتر
اگر xقسمت از روبروی خط استوانه ثابت بگذرد	y چند میلیمتر

جدول۱-۱

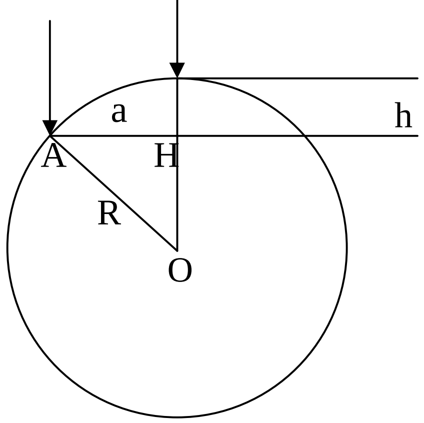
از تناسب جدول ۱-۱ y را بدست می اوریم که برابر با (۱-۲) $y = ۰/۰۱$ است. بنابراین قطر جسم مورد نظر ما برابر با (۱-۳) $r + y = r + ۰/۰۱x$ است.



شکل۲-۱

گوی سنج یا اسفرومتر(بخش۳):

گوی سنج وسیله ای است که از ان برای اندازه گیری شعاع خمیدگی سطوح کروی بکار میرود مانند اینه ها و عدسیها. گوی سنج برای اندازه گیری ضخامت سطوح صاف و موازی نیز بکار میرود.گوی سنج از یک پایه متحرک و ۳ پایه ثابت تشکیل شده است. ۳ پایه گوی سنج تشکیل یک مثلث متساوی الاضلاع را میدهند.از دیگر قسمتهای گوی سنج یک صفحه دایره ای مدرج میباشد.این صفحه به صد قسمت مساوی تقسیم شده است. در وسط این صفحه مدرج صفحه مدرج کوچکتری وجود دارد که به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است.این دو صفحه مدرج به همراه یک عقربه همان میکرومتر است.دقت این میکرومتر ۰/۰۱ میلیمتر است. بنابراین هنگامیکه عقربه در صفحه مدرج به اندازه یک درجه خودش بچرخد در واقع پایه متحرک به اندازه ۰/۰۱ میلیمتر بالا یا پایین رفته است.
به این ترتیب به کمک درجه های صفحه مدرج کوچک و بزرگ میتوان جابجایی پایه متحرک را با دقت ۰/۰۱ میلیمتر اندازه گرفت. برای اندازه گیری شعاع خمیدگی یک سطح کروی ، ابتدا گوی سنج را روی یک سطح صاف قرار میدهیم و درجه ای که گوی سنج نشان میدهید را یادداشت میکنیم.سپس گوی سنج را روی سطح کروی مورد نظر میگذاریم. بطوریکه سه پایه ثابت و یک پایه متحرک ان بر روی سطح کره قرار گیرند و با ان تماس داشته باشند.درجه را که گوی سنج نشان میدهد را یادداشت میکنم و از مقداری که گوی سنج روی سطح صاف نشان میداد کم میکنیم. این مقدار برابر با جابجایی پایه متحرک بر روی سطح کروی است. ان را h مینامیم (شکل۱-۳).همان گونه که در شکل میبینید مثلث AOH یک مثلث راستگوشه است و طبق قضیه فیثاغورث داریم: (۱-۳) $(OA)^2 = (OH)^2 + (AH)^2$
OH برابر با تفاضل جابجایی پایه متحرک گوی سنج از شعاع خمیدگی کره است و AH برابر با فاصله پایه های ثابت گوی سنج از هم است. اگر شعاع را که با OA برابر است R بنامیم و AH را با نماد a نشان دهیم ،داریم:
(۲-۳) $OH = R - h$ با جاگذاری رابطه ۲-۳ در رابطه ۱-۳ داریم: (۳-۳) $R^2 = (R-h)^2 + a^2$ که بعد از باز کردن و کمی عملیات جبری داریم : (۴-۳) $R = \frac{a^2 + h^2}{2h}$. بنابراین شعاع خمیدگی یک سطح کروی با اندازه گیری جابجایی پایه متحرک بر روی سطح کروی و همچنین فاصله بین دو پایه ثابت گوی سنج از رابطه ۴-۳ بدست می اید.



شکل۱-۳

آزمایش(بخش۴):
در اینجا بوسیله کولیس ، ریزسنج و گوی سنج چند اندازه گیری انجام دادیم.

شماره آزمایش	دقت کولیس (mm)		قطر داخلی (mm)	قطر خارجی (mm)	عمق (mm)	خطا (mm)
۱	۱×۱۰^{-۱}		$۲/۹۸\times۱۰^{+۱}$	$۴/۰۰\times۱۰^{+۱}$	۴/۵	۱×۱۰^{-۱}
۲	۲×۱۰^{-۱}		$۳/۰۰۰\times۱۰^{+۱}$	$۳/۹۸۸\times۱۰^{+۱}$	۴/۴۸	۲×۱۰^{-۱}
میانگین			۲۹/۹	۳۹/۹	۴/۴۹	۶×۱۰^{-۱}
خطا		مطلق	۱×۱۰^{-۱}	۱×۱۰^{-۱}	۱×۱۰^{-۲}	
		نسبی	۷×۱۰^{-۳}	۲×۱۰^{-۳}	۱×۱۰^{-۲}	

جدول۱-۴

در جدول ۱-۴ یک حلقه دایره ای مورد اندازه گیری قرار گرفت.

شماره آزمایش	دقت ریزسنج (mm)	جسم مورداندازه گیری	نتیجه اندازه گیری (mm)			میانگین	خطا
			بار اول	بار دوم	بار سوم		
۱	۱×۱۰^{-۲}	قطر یک گلوله	۷/۸۰	۷/۸۷	۷/۸۷	۷/۷۹	۱×۱۰^{-۲}
۲	۱×۱۰^{-۲}	۱۰برگ کاغذ	$۷/۱۰\times۱۰^{-۱}$	$۷/۰۰\times۱۰^{-۱}$	$۷/۰۰\times۱۰^{-۱}$	$۷/۰۳\times۱۰^{-۱}$	۱×۱۰^{-۲}

جدول۲-۴

شماره آزمایش	$h_{۱}$ (mm)	$h_{۲}$ (mm)	$h = h_{۲} - h_{۱}$ (mm)	Δh (mm)	a (mm)	Δa (mm)	R (mm)
۱	$۲/۶\times۱۰^{-۱}$	۳/۵۴	۳/۲۸	۱×۱۰^{-۲}	$۳/۸۳\times۱۰^{+۱}$	۱×۱۰^{-۱}	۲۲۵
۲	۰	۳/۲۱	۳/۲۱	۱×۱۰^{-۲}	$۳/۸۳\times۱۰^{+۱}$	۱×۱۰^{-۱}	۲۳۰
۳	$۴/۶\times۱۰^{-۱}$	۳/۶۶	۳/۲۰	۱×۱۰^{-۲}	$۳/۸۳\times۱۰^{+۱}$	۱×۱۰^{-۱}	۲۳۰

جدول۳-۴

این نوشته توسط یاشار نوشته شده است.
وبلاگ من www.elekteron.blogsky.com.
هر گونه برداشت از این متن باید با اشاره به آدرس وبلاگ صورت گیرد.

برایندگیری نیروها (بخش۱)

برای حل پرسشهای مربوط به سینماتیک و دینامیک و بسیاری از سوالات مربوط به فیزیک نیاز به تجزیه و یا برایند گیری از بردارها داریم. این بردار میتواند نماینده یک نیرو یا سرعت یا یک کمیت برداری دیگر باشد.

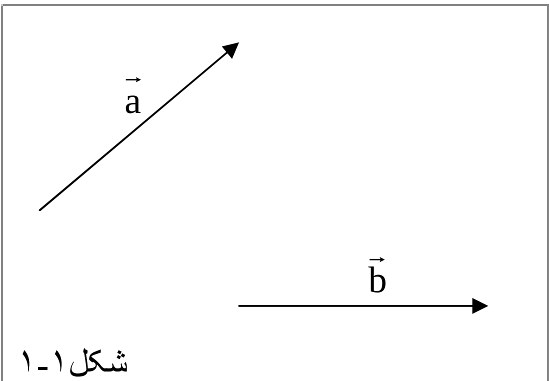
در اینجا ما روشهای برایند گیری بردارها را بیان میکنیم و سپس با آزمایشی نشان میدهیم که این شیوه برایندگیری برای بدست اوردن نیروی برایند چند نیرو درست است.ما برای برایند گیری بردارها ۳ روش داریم.

۱.روش متوازی الاضلاع ۲.روش چند ضلعی ۳.روش تجزیه بردارها

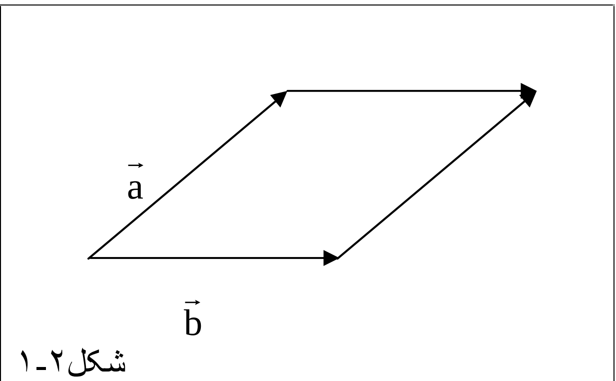
۱.روش متوازی الاضلاع:

فرض کنید ۲ بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ مانند شکل۱-۱ داریم. ابتدای این دو بردار را بر هم منطبق میکنیم مانند شکل۲-۱.سپس به موازات و هم اندازه بردار $\vec{a}$ بردار دیگری از انتهای $\vec{b}$ رسم میکنیم.همین کار را برای بردار $\vec{b}$ میکنیم و از انتهای بردار $\vec{a}$ برداری هم اندازه و به موازات بردار $\vec{b}$ رسم میکنیم مانند شکل ۳-۱.قطر متوازی الاضلاعی که به این طریق پدید امده است یعنی بردار $\vec{R}$، برایند دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ است.طبق قضیه کسینوسها اندازه قطر این متوازی الاضلاع و در نتیجه برایند این دو بردار برابر با :(۱-۱) $R=\sqrt{a^۲+b^۲+۲ab\cos\theta}$.

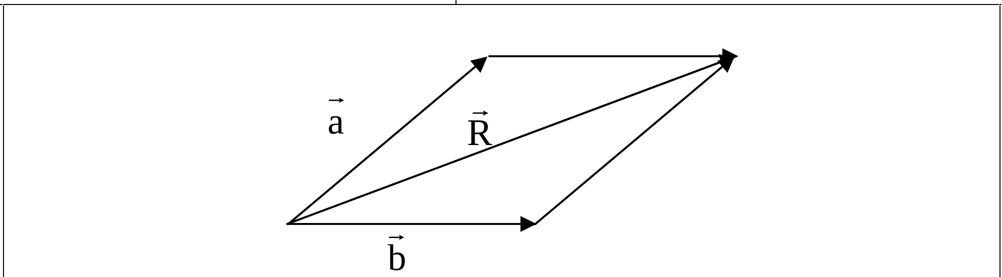
در رابطه ۱-۱ θ زاویه بین دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ است. a و b اندازهای برداری های $\vec{a}$ و $\vec{b}$ هستند.



شکل۱-۱



شکل۲-۱

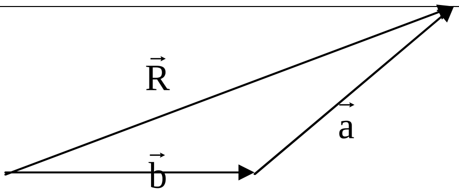


شکل ۳-۱

۲.روش چند ضلعی:

در این روش ابتدای بردار $\vec{a}$ را بر انتهای بردار $\vec{b}$ منطبق میکنیم و سپس بوسیله برداری ابتدای $\vec{b}$ را به انتهای $\vec{a}$ وصل میکنیم و ان را $\vec{R}$ مینامیم (شکل۴-۱). بردار $\vec{R}$ برایند دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ است و اندازه ان از رابطه ۱-۱ بدست می اید. توجه کنید که تفاوتی نمیکند که ابتدای کدام بردار را بر انتهای دیگری قرار دهیم.به عنوان مثال

میتوانستیم بجای اینکه ابتدای بردار $\vec{a}$ را بر انتهای بردار $\vec{b}$ بگذاریم ،میتوانستیم ابتدای بردار $\vec{b}$ را بر انتهای $\vec{a}$ قرار دهیم



شکل ۴-۱

۳.روش تجزیه:

در این روش دستگاه مختصاتی که محورهای ان بر هم عمودند را رسم میکنیم و سپس هر بردار را به دو مولفه عمود بر هم تجزیه میکنیم بطوریکه هر مولفه در راستای یکی از محورهای مختصات قرار گیرد. با استفاده از روابط زیر میتوان یک بردار را تجزیه کرد. $c_x = c \times \cos\theta$ (۲-۱) و $c_y = c \times \sin\theta$ (۳-۱). در رابطه های ۲-۱و ۳-۱ θ زاویه بین بردار $\vec{c}$ با محور مثبت xها در جهت پاد ساعت گرد است.

پس از اینکه بردارها را تجزیه کردیم ، مولفه های موجود در هر راستا را با هم جمع میکنیم. بردار براینده مولفه ها در هر راستا از جمع جبری این مولفه ها بدست می اید: $\vec{r}_x = \vec{a}_x + \vec{b}_x + \dots$ (۴-۱) و $\vec{r}_y = \vec{a}_y + \vec{b}_y + \dots$ (۵-۱)

پس از اینکه براینده بردارها در هر راستا را حساب کردیم با استفاده از روابط زیر میتوان اندازه بردار براینده کل و جهت ان را مشخص کرد.

(۶-۱) $R = \sqrt{r_x{}^{۲} + r_y{}^{۲}}$ رابطه ۶-۱ را از قضیه فیثاغورث بدست اوردیم.(۷-۱) $\theta = \arctan\frac{\vec{r}_y}{\vec{r}_x}$. در رابطه ۷-۱

θ زاویه بین بردار براینده و مثبت محور xها است.

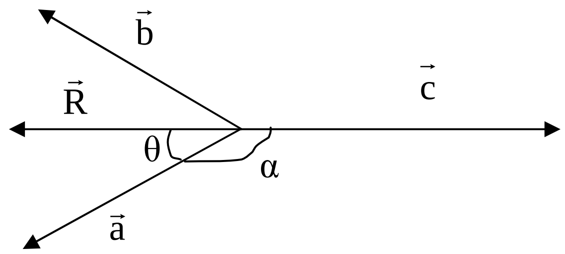
تنها نکته باقی مانده این است که زاویه بین بردارها و براینده انها رابطه ۸-۱ را دارد.(۸-۱) $\frac{R}{\sin\theta} = \frac{a}{\sin\beta} = \frac{b}{\sin\alpha}$

در رابطه ۸-۱ R و a و b اندازه بردارها و θ زاویه بین $\vec{a}$و $\vec{b}$ ، β زاویه بین $\vec{b}$ و $\vec{R}$ و α زاویه بین $\vec{a}$ و $\vec{R}$ است.

میز نیرو(بخش۲)

اکنون باید با آزمایشی نشان دهیم که روشهای گفته شده برای براینده گیری بردارها برای نیروها که یک کمیت برداری اند درست است.ما برای این کار ازمیز نیرو استفاده میکنیم. میز نیرو دارای صفحه دایره شکلی است که از صفر تا ۳۶۰، درجه بندی شده است.این صفحه دایره ای بر روی سه پایه سنگینی سوار است که میتوان بوسیله پیچهایی که در پایه ها قرار دارد صفحه را تراز کرد.جسمی که در اینجا تعادل ان مورد مطالعه قرار میگیرد یک حلقه است. بوسیله چند رشته نخ که یک سر انها به حلقه متصل است و سر دیگر انها که از قرقره عبور میکند و به وزنه ای وصل میباشد ، به حلقه نیرو وارد میشود. فرض کنید ما ۲ بردار معلوم $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و یک بردار مجهول $\vec{c}$ داریم و میخواهیم که براینده دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را بدست بیاوریم و ببینیم ایا با بردار براینده $\vec{a}$ و $\vec{b}$(که ان را $\vec{R}$ مینامیم) که طبق روشهای گفته شده بدست می اوریم ، برابر است یا نه. برای این کار اندازه و جهت بردار $\vec{c}$ را

طوری تعیین میکنیم که با دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ در تعادل قرار گیرد بطوریکه حلقه ای که مورد مطالعه قرار میگیرد به میله وسط میز نیرو برخورد نکند.توجه کنید که اگر حلقه در تعادل نباشد یعنی براینددو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با بردار $\vec{c}$ یکی نباشد به حلقه نیرویی خالص وارد میشود و حلقه در اثر حرکت در جهت نیرو به میله وسط میر نیرو برخورد میکند. اکنون فرض کنید که برایند سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ صفر است یعنی حلقه در حال تعادل میباشد.جهت بردار $\vec{R}$ و همچنین اندازه ان را نمیدانیم ولی این نکته را میدانیم که تنها در صورتی برایند نیروهای وارد بر حلقه صفر است که نیرویی هم اندازه با بردار $\vec{R}$ و در خلاف جهت ان بر حلقه وارد شود.از اینرو با داشتن اندازه بردار $\vec{c}$ اندازه بردار $\vec{R}$ را بدست می اوریم و از زاویه ای که $\vec{c}$ با هر یک از دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ میسازد و کم کردن ان از ۱۸۰ درجه پی به زاویه $\vec{R}$ با هر از دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ می بریم.



شکل ۱-۲

همان گونه که در شکل میبیند بردار $\vec{R}$ و $\vec{c}$ در یک امتدادند و $\alpha + \theta = ۱۸۰$ بنابراین زاویه بین بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{R}$ برابر با (۱-۲) $\theta = ۱۸۰ - \alpha$.

آزمایش(بخش۳)

مطابق جدول۱-۳ دو بردار نیرو را بر روی میز نیرو تنظیم کنید. ما این دو بردار معلوم را بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و بردار مجهول را $\vec{c}$ میناميم. در هر ازمایش پس از بدست اوردن اندازه بردار $\vec{c}$ و زاویه ان با هر یک از دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ان را در جدول ۱-۳ یاداشت میکنیم و سپس برایند دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را از روشهای گفته شده برای برایند گیری بدست می اوریم و نتایج را به همراه نتایج حاصل از آزمایش را برای مقایسه در جدولهای۲-۳ تا ۵-۳ قرار میدهیم .

زاویه نسبت به محور x+	نیروی c (N)	زاویه نسبت به محور x+	نیروی b (N)	زاویه نسبت به محور x+	نیروی a (N)	شماره آزمایش
۱۴۹/۵	۰/۸۸۲۰	۳۰۰	۰/۴۹۰۰	۰	۰/۴۹۰۰	۱
۱۳۵	۰/۷۰۵۶	۲۷۰	۰/۴۹۰۰	۰	۰/۴۹۰۰	۲
۱۵۵	۱/۰۱۹۲	۳۰۰	۰/۴۹۰۰	۰	۰/۶۸۶۰	۳
۱۷۷	۱/۶۱۷۰	۳۴۰	۱/۴۷۰۰	۵۵	۰/۴۹۰۰	۴

جدول۱-۳

در جدول بالا زاویه ها نسبت به محور x+ در جهت پاد ساعت گرداند.

برای بدست اوردن زاویه بین بردار $\vec{R}$ و بردار $\vec{a}$ قدر مطلق تفاضل زاویه بردار $\vec{c}$ از زاویه بردار $\vec{a}$ را حساب میکنیم.اگر حاصل کمتر از ۱۸۰ درجه شد ان را از ۱۸۰کم میکنیم یعنی ۱۸۰ را منهای ان عدد میکنیم. اما اگر حاصل بیشتر از ۱۸۰ شد ۱۸۰ را از ان کم میکنیم یعنی عدد حاصل را منهای۱۸۰ میکنیم.

روش تجربی (میز نیرو)	روش تجزیه نیروها	روش چند ضلعی	روش متوازی الاضلاع		شماره آزمایش
۰/۸۸۲۰	۰/۸۴۸۷	۰/۸۴۸۷	۰/۸۴۸۷	بزرگی براینذ	۱
۳۰/۵	۳۰/۰	۳۰/۰	۳۰/۰	**زاویه بین نیروی c و a**	
۲۹/۵	۳۰/۰	۳۰/۰	۳۰/۰	**زاویه بین نیروی c وb**	

جدول۲-۳

روش تجربی (میز نیرو)	روش تجزیه نیروها	روش چند ضلعی	روش متوازی الاضلاع		شماره آزمایش
۰/۷۰۵۶	۰/۶۹۳۰	۰/۶۹۳۰	۰/۶۹۳۰	بزرگی براینذ	۲
۴۵/۰	۴۵/۰	۴۵/۰	۴۵/۰	**زاویه بین نیروی c و a**	
۴۵/۰	۴۵/۰	۴۵/۰	۴۵/۰	**زاویه بین نیروی c وb**	

جدول۳-۳

روش تجربی (میز نیرو)	روش تجزیه نیروها	روش چند ضلعی	روش متوازی الاضلاع		شماره آزمایش
۱/۰۱۹۲	۱/۰۲۳	۱/۰۲۳	۱/۰۲۳	بزرگی براینذ	۳
۲۵/۰	۲۴/۵	۲۴/۵	۲۴/۵	**زاویه بین نیروی c و a**	
۳۵/۰	۳۵/۵	۳۵/۵	۳۵/۵	**زاویه بین نیروی c وb**	

جدول۴-۳

روش تجربی (میز نیرو)	روش تجزیه نیروها	روش چند ضلعی	روش متوازی الاضلاع		شماره آزمایش
۱/۶۱۷	۱/۶۶۵	۱/۶۶۵	۱/۶۶۵	بزرگی براینذ	۴
۵۸/۰	۵۸/۵	۵۸/۵	۵۸/۵	**زاویه بین نیروی c و a**	
۱۷/۰	۱۶/۵	۱۶/۵	۱۶/۵	**زاویه بین نیروی c وb**	

جدول۵-۳

همانگونه که مشاهده میشود براینذ نیروها به روش تجربی بخوبی با براینذ نیروها به روشهای گفته شده مطابقت دارد. و اختلاف بین نظریه و ازمایش به خاطر وجود خطا در آزمایش میباشد. به عنوان مثال وجود اصطکاک باعث ایجاد خطا در آزمایش میشود. در زیر درصد خطای نتایج آزمایش برای نیروی براینذ و زاویه های مربوط به ان را مشاهده میکنید.

درصد خطای زاویه ی بین $\vec{b}$ و$\vec{R}$ (%)	درصد خطای زاویه ی بین $\vec{a}$ و$\vec{R}$ (%)	درصد خطای نیروی براینذ $\vec{R}$ (%)	شماره آزمایش
۱/۶۹	۱/۶۴	۳/۷۸	۱
۰	۰	۱/۷۹	۲
۱/۴۳	۲/۰۰	۰/۴	۳
۲/۹۴	۰/۸۶۲	۲/۹۷	۴

جدول۶-۳

این متن توسط یاشار نوشته شده است.
وبلاگ من www.elekteron.blogsky.com.
هر گونه برداشت از این متن باید با اشاره به آدرس وبلاگ صورت گیرد.

بهمبندی فنرها (بخش۱)

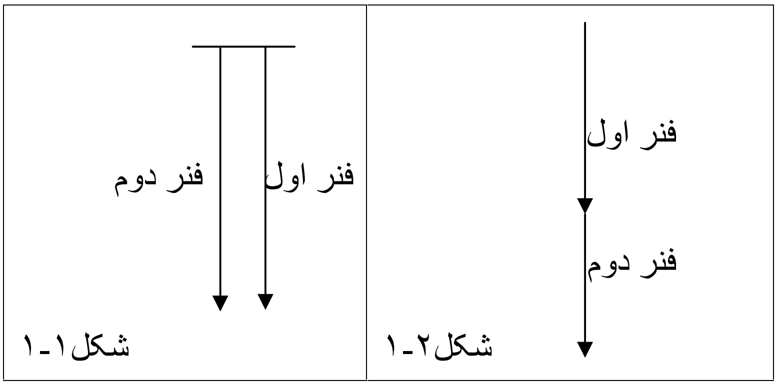
دیدیم که چگونه ثابت یک فنر را بدست می اورند.حال سوال این است اگر چند فنر را به هم به طور موازی یا متوالی ببندیم ثابت کشسانی کل فنرها چه مقداری است.ایا با افزایش طول نسبت خطی دارد یا نه.ایا ثابت کشسانی بدست امده در فرمولهای حرکت نوسانی فنر صدق میکند یا نه.در اینجا به این پرسشها جواب خواهیم داد.

اگر دو یا بیشتر از دو فنر را بطور موازی به هم بندیم ثابت کشسانی کل ازرابطه (۱-۱) $k = k_۱ + k_۲ + ... + k_n$

و مجذور دوره نوسان کل از رابطه (۲-۱) $T^۲ = T_۱^۲ + T_۲^۲ + ... + T_n^۲$ بدست می اید.در شکل ۱-۱ فنرها را با پیکان نمایش دادیم.

اما اگر دو یا بیشتر از دو فنر را بصورت متوالی به بندیم ثابت کشسانی کل از رابطه (۳-۱) $\frac{۱}{k} = \frac{۱}{k_۱} + \frac{۱}{k_۲}$ و

مجذور دوره نوسان کل از رابطه (۴-۱) $\frac{۱}{T^۲} = \frac{۱}{T_۱^۲} + \frac{۱}{T_۲^۲}$ بدست می اید. در شکل ۲-۱ **فنرها را با پیکان نمایش دادیم**



شکل۱-۱ شکل۲-۱

برای بررسی درستی روابط۱-۱ تا ۴-۱ به آزمایشی دست میزنیم. به این صورت که دو فنر را یک بار به طور موازی و بار دیگر بصورت متوالی به می بندیم و سپس همانند روشی که برای تعیین ثابت کشسانی یک فنر انجام دادیم برای تعیین ثابت کشسانی این دو فنر در حالت موازی و متوالی عمل میکنیم.خطای مطلق ثابت کشسانی فنر از رابطه (۵-۱) $\Delta k = k(\frac{\Delta F}{F} + \frac{\Delta x}{x})$ بدست می اید.مقادیر موجود در این رابطه در پایین جدول ۱-۲ معرفی شده اند

آزمایش (بخش۲)

در اینجا ابتدا دو فنر مشابه را انتخاب میکنیم و ثابت کشسانی یکی از انها را بدست می اوریم.فنری که انتخاب کردیم ثابت ان مطابق جدول ۱-۲ بدست امد.

شماره آزمایش	m (kg)	X (m)	Δx (m)	F (N)	ΔF (N)	$k\ (\frac{N}{m})$	$k_m\ (\frac{N}{m})$
۱	$۴/۹۳۶\times۱۰^{-۲}$	$۱/۰۷\times۱۰^{-۱}$	$۱۰^{-۳}$	$۴/۸۳۷\times۱۰^{-۱}$	$۹/۸\times۱۰^{-۵}$	۴/۵۲	۴/۴۳
۲	$۹/۹۶۵\times۱۰^{-۲}$	$۲/۲۳\times۱۰^{-۱}$	$۱۰^{-۳}$	$۹/۷۶۶\times۱۰^{-۱}$	$۹/۸\times۱۰^{-۵}$	۴/۳۸	
۳	$۱/۴۹۰۴\times۱۰^{-۱}$	$۳/۳۳\times۱۰^{-۱}$	$۱۰^{-۳}$	۱/۴۶۱	$۹/۸\times۱۰^{-۵}$	۴/۳۹	

جدول۱-۲

در جدول۱-۲ و بقیه جدولها ، m جرم وزنه ، x تغییر طول فنر از حالت عادی خود ، Δx خطای مطلق طول ، F

نیروی وارد بر فنر ، ΔF خطای مطلق نیرو ، k ثابت کشسانی فنر، Δk خطای مطلق ثابت فنر ، k_m میانگین ثابتهای بدست امده برای فنر و Δk_m خطای مطلق میانگین ثابت کشسانی فنر است.

مقادیر خطای مطلق ثابت فنر برای آزمایشهای ۱ تا ۳ جدول۲-۲ بشرح زیر است.

شماره آزمایش	$\Delta k\ (\frac{N}{m})$	$\Delta k_m\ (\frac{N}{m})$
۱	۴×۱۰$^{-۲}$	۲×۱۰$^{-۲}$
۲	۲×۱۰$^{-۲}$	
۳	۱×۱۰$^{-۲}$	

جدول۲-۲

اکنون دو فنر را بطور موازی به هم میبندیم و به انها مطابق جدول۳-۲ وزنه اویزان میکنیم و ثابت کشسانی کل را بدست می اوریم و ان را با ثابت کشسانی بدست امده از رابطه ۱-۱ مقایسه میکنیم.بعد از انجام آزمایش نتایج زیر بدست امد.

شماره آزمایش	m (kg)	X (m)	Δx (m)	F (N)	ΔF (N)	$k\ (\frac{N}{m})$	$k_m\ (\frac{N}{m})$
۱	۵/۰۴۴×۱۰$^{-۲}$	۵/۶×۱۰$^{-۲}$	۱۰$^{-۳}$	۴/۹۴۳×۱۰$^{-۱}$	۹/۸×۱۰$^{-۵}$	۸/۸	۸/۸۲
۲	۹/۹۶۷×۱۰$^{-۲}$	۱/۱۱×۱۰$^{-۱}$	۱۰$^{-۳}$	۹/۷۶۸×۱۰$^{-۱}$	۹/۸×۱۰$^{-۵}$	۸/۸۰	
۳	۱/۲۴۶۹×۱۰$^{-۱}$	۱/۳۹×۱۰$^{-۱}$	۱۰$^{-۳}$	۱/۲۲۲۰	۹/۸×۱۰$^{-۵}$	۸/۷۹	
۴	۱/۴۹۰۵×۱۰$^{-۱}$	۱/۶۵×۱۰$^{-۱}$	۱۰$^{-۳}$	۱/۴۶۰۷	۹/۸×۱۰$^{-۵}$	۸/۸۵	
۵	۱/۹۹۷۱×۱۰$^{-۱}$	۲/۲۱×۱۰$^{-۱}$	۱۰$^{-۳}$	۱/۹۵۷۲	۹/۸×۱۰$^{-۵}$	۸/۸۶	

جدول۳-۲

مقادیر خطای مطلق ثابت فنر برای آزمایشهای شماره ۱تا۵ جدول۳-۲ بشرح زیر است.

شماره آزمایش	$\Delta k\ (\frac{N}{m})$	$\Delta k_m\ (\frac{N}{m})$
۱	۲×۱۰$^{-۱}$	۵×۱۰$^{-۲}$
۲	۸×۱۰$^{-۲}$	
۳	۶×۱۰$^{-۲}$	
۴	۵×۱۰$^{-۲}$	
۵	۴×۱۰$^{-۲}$	

جدول۴-۲

میانگین ثابت فنر را برای یک فنر برابر با ۴/۴۳ N/m بدست اوردیم . از انجاییکه ثابت فنر دیگر با ثابت فنر اول برابر است ، اگر از رابطه ۱-۱ استفاده کنیم ، ثابت کشسانی مجموع دو فنر که به حالت موازی به هم بسته شده اند برابر با ۸/۸۶ N/m بدست می اید که با مقداری که از راه آزمایش بدست اوردیم اختلاف اندکی دارد.بنابراین درستی رابطه۱-۱ اثبات شد.

اکنون دو فنر را به حالت متوالی به هم میبندیم و مطابق جدول۵-۲ به انها وزنه اویزان میکنیم و ثابت کشسانی کل را بدست می اوریم و ان را با ثابت کشسانی بدست امده از رابطه ۲-۱ مقایسه میکنیم.بعد از انجام آزمایش نتایج صفحه بعد بدست امد.

شماره آزمایش	m (kg)	X (m)	Δx (m)	F (N)	ΔF (N)	k ($\frac{N}{m}$)	k_m ($\frac{N}{m}$)
۱	$۲/۹۹۰\times۱۰^{-۲}$	$۱/۳۲\times۱۰^{-۱}$	$۱۰^{-۳}$	$۲/۹۳۰\times۱۰^{-۱}$	$۹/۸\times۱۰^{-۵}$	۲/۲۲	۲/۲۳
۲	$۳/۵۲۰\times۱۰^{-۲}$	$۱/۵۵\times۱۰^{-۱}$	$۱۰^{-۳}$	$۳/۴۵۰\times۱۰^{-۱}$	$۹/۸\times۱۰^{-۵}$	۲/۲۳	
۳	$۴/۹۲۳\times۱۰^{-۲}$	$۲/۱۹\times۱۰^{-۱}$	$۱۰^{-۳}$	$۴/۸۲۵\times۱۰^{-۱}$	$۹/۸\times۱۰^{-۵}$	۲/۲۰	
۴	$۷/۵۴۵\times۱۰^{-۲}$	$۳/۲۸\times۱۰^{-۱}$	$۱۰^{-۳}$	$۷/۳۹۴\times۱۰^{-۱}$	$۹/۸\times۱۰^{-۵}$	۲/۲۵	
۵	$۹/۹۸۲\times۱۰^{-۲}$	$۴/۳۶\times۱۰^{-۱}$	$۱۰^{-۳}$	$۹/۷۸۲\times۱۰^{-۱}$	$۹/۸\times۱۰^{-۵}$	۲/۲۴	

جدول۵-۲

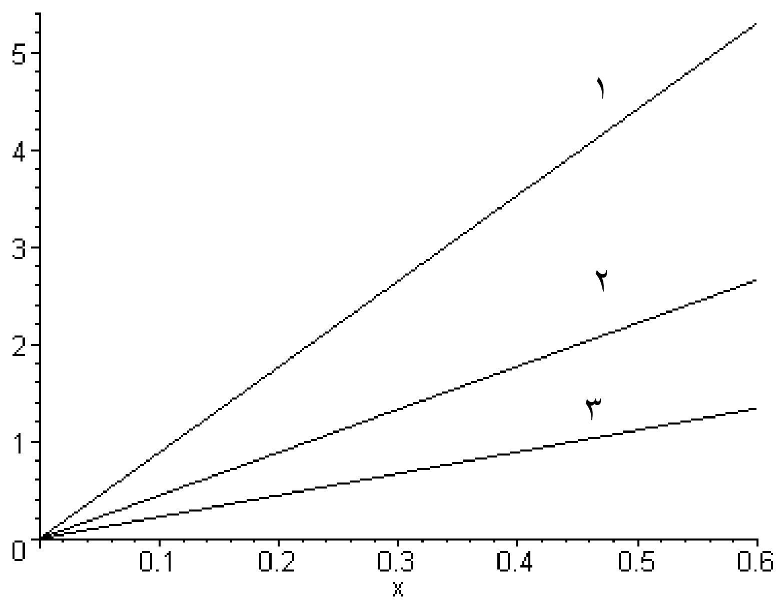
مقادیر خطای مطلق ثابت فنر برای آزمایشهای شماره ۱تا۵ جدول۵-۲ بشرح زیر است.

شماره آزمایش	Δk ($\frac{N}{m}$)	Δk_m ($\frac{N}{m}$)
۱	۲×۱۰^{-۲}	۳×۱۰^{-۲}
۲	۱×۱۰^{-۲}	
۳	۱×۱۰^{-۲}	
۴	۷×۱۰^{-۳}	
۵	۵×۱۰^{-۳}	

جدول۶-۲

اگر بخواهیم با توجه به ثابتی که این دو فنر ما دارند از رابطه ۲-۱ استفاده کنیم ثابت کشسانی کل برابر با مقدار N/m ۲/۲۲بدست می اید که با ثابت کشسانی بدست امده از آزمایش برای دو فنر که به حالت متوالی بهم بسته شده اند اختلاف ناچیزی دارد که ناشی از خطا در ازمایش است.بنابراین درستی رابطه۲-۱ ثابت شد. منابع خطا در ازمایش عبارتند از خطا در اندازه گیری تغییر طول فنرها ، خطا در جرم وزنه اویخته شده به فنرها و نقص در خود فنر میباشد.

در زیر نمودارهای F-x برای سه حالت موازی و متوالی و تک فنر را مشاهده میکنید. شیب خط ۱ برابر با ثابت کشسانی کل در حالتی است که دو فنر بصورت موازی بهم بسته شده اند. شیب خط ۳ برابر با ثابت کشسانی کل در حالتی است که دو فنر بصورت متوالی بهم بسته شده اند و شیب خط ۲ برابر با ثابت کشسانی فنری است که با فنر مشابه ان دست به ازمایش زدیم.



شکل۱-۲

این متن توسط یاشار نوشته شده است.
وبلاگ من www.elekteron.blogsky.com.
هر گونه برداشت از این متن باید با اشاره به آدرس وبلاگ صورت گیرد.

حرکت پرتابی

حرکت پرتابی در واقع حرکت در دو بعد است و از انجایی که در حرکت دو بعدی حرکت بر روی محور افقی و عمودی از هم مستقل اند و بر روی هم اثر نمیگذارند میتوانیم حرکت در صفحه را بر روی دو محور افقی و عمودی مورد مطالعه قرار دهیم .

حرکت جسم بر روی محور افقی (بخش۱) :

در حرکت پرتابی بر روی محور افقی چون طبق قانون اول نیوتن نیرویی بر جسم وارد نمی اید جسم با سرعت اولیه ای که در راستای محور افقی داشت به حرکت خود ادامه میدهد و بر روی این محور شتاب حرکت ان صفر است بنابراین حرکت جسم بر روی این محور حرکت یکنواخت است.

تنها رابطه حاکم بر حرکت یکنواخت رابطه (۱-۱) $\vec{v}=\frac{\vec{x}_۲-\vec{x}_۱}{t_۲-t_۱}$ است که در این حرکت بردار سرعت لحظه ای با بردار سرعت متوسط برابر است. از این به بعد سرعت لحظه ای را با نماد v نمایش میدهیم.

رابطه۱-۱ تعریف سرعت جسم در بازه زمانی بین $t_۱$ و $t_۲$ است که در ان $x_۲$ بردار مکان جسم در $t_۲$ و $x_۱$ بردار مکان جسم در $t_۱$ است و عبارت (۱-۲) $\Delta x = x_۲ - x_۱$ برابر با جابجایی جسم در این بازه زمانی است.

با ، باز کردن رابطه ۱-۱ و با توجه به اینکه $t_۱$ را مبدا زمان گرفته و ان را برابر صفر قرار میدهیم داریم:

(۱-۳) $vt + x_۰ = x$ که در ان $x_۰$ بردار مکان اولیه جسم و x بردار مکان جسم در لحظه t است.

اگر جای v مولفه افقی سرعت در صفحه را قرار دهیم داریم: (۱-۴) $v_x t + x_۰ = x$.

در حرکت پرتابی ، جسم با محور افقی زاویه ای تشکیل میدهد که از انجا میشود سرعت در صفحه را به کمک این زاویه و اندازه سرعت در صفحه به مولفه های افقی و عمودی تجزیه کرد و سرعت بر روی محور افقی و عمودی را بدست اورد.

(شکل۱-۱ آخر صفحه ۱۱) میبینید که روابط (۱-۵) $\cos\alpha=\frac{v}{v_{۰x}}$ و (۱-۶) $\sin\alpha=\frac{v}{v_{۰y}}$ برقرار هستند که در ان v اندازه بردار سرعت در صفحه و $v_{۰x}$ و $v_{۰y}$ اندازه سرعت اولیه بر روی محورهای افقی و عمودی به همراه علامتشان است.

با ، باز کردن روابط۱-۵ و ۱-۶ داریم : (۱-۷) $v_{۰x} = v\times\cos\alpha$ و (۱-۸) $v_{۰y} = v\times\sin\alpha$. که در انها $v_{۰x}$ سرعت اولیه جسم بر روی محور افقی است که چون سرعت بر روی این محور ثابت است با همین سرعت به حرکت خود ادامه میدهید. در رابطه ۱-۷ نیز $v_{۰y}$ سرعت اولیه بر روی محور عمودی است که بعد خواهیم گفت که سرعت بر روی محور عمودی ثابت نیست.

با تقسیم رابطه۱-۷ به رابطه ۱-۶ در میابیم که تانژانت زاویه ای که جسم در مبدا زمان با محور افقی میسازد برابر با نسبت سرعت اولیه بر روی محور عمودی به سرعت بر روی محور افقی است یعنی : (۱-۹) $\tan\alpha=\frac{v_{۰y}}{v_{۰x}}$.

اکنون میتوانیم جای v_x در رابطه ۳-۱ برابر ان یعنی رابطه ۶-۱ را قرار دهیم پس داریم :

$x = v\cos\alpha \times t + x_۰$ (۱-۱۰) . حال بسراغ حرکت بر روی محور عمودی میرویم .

حرکت جسم بر روی محور عمودی (بخش۲):

میدانیم که زمین تمام اجسام را بسمت خود میکشد. مقدار نیرویی که زمین به هر جسم با جرم مختلف وارد میکند یکسان نیست اما شتابی که این نیرو به جسمهایی با جرم مختلف میدهد یکسان است. این شتاب ثابت را با g نشان میدهیم و مقدار ان تقریبا برابر است با: $g=۹/۸\ \frac{m}{s^۲}$ که جهت ان همواره به سمت مرکز زمین است.

بنابراین در حرکت پرتابی ، حرکت جسم بر روی محور عمودی شتابدار یکنواخت است که مقدار این شتاب برابر با g است .اکنون میخواهیم روابط حاکم بر حرکت شتابدار یکنواخت بر روی یک بعد را بدست بیاوریم.

برای این کار ابتدا بردار شتاب متوسط و سپس بردار شتاب لحظه ای را تعریف میکنیم بنابر این داریم:

بردار شتاب متوسط: بردار شتاب متوسط یک جسم برابر است با تغییرات بردار سرعت جسم تقسیم بر بازه ی زمانی که این تغییر بردار سرعت روی داده است یعنی داریم: (۲-۱) $\vec{\bar{a}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ یا (۲-۲) $\vec{\bar{a}} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱}$ که اگر مبدا زمان را در $t_۱$ و برابر با صفر و $t_۲$ را با t و $v_۲$ را با v و $v_۱$ را با $v_۰$ و $\vec{\bar{a}}$ را با a نشان دهیم با باز کردن رابطه۱-۲ داریم : (۲-۳) $a \times t = v - v_۰$ که در ان $v_۰$ سرعت جسم در مبدا زمان و v سرعت جسم در لحظه t و a شتاب متوسط جسم است.توجه کنید که بردار شتاب متوسط کمیتی برداری است و جهت ان در جهت تغییرات بردار سرعت است.

بردار شتاب لحظه ای: هنگامیکه بازه زمانی ای که تغییرات بردار سرعت در ان انجام شده بسیار کوچک شود بردار شتاب متوسط جسم به بردار شتاب لحظه ای تبدیل میشود پس داریم : (۲-۴) $\lim\limits_{\Delta t \to ۰} \frac{\Delta v}{\Delta t}$. بردار شتاب لحظه ای همانند بردار شتاب متوسط کمیتی برداری است و جهت ان در جهت تغییرات لحظه ای بردار سرعت است. اگر بردار شتاب جسم ثابت باشد بردار شتاب متوسط با بردار شتاب لحظه ای جسم برابر میشود. دیمانسیون شتاب $\frac{m}{s^۲}$ است.

سرعت متوسط جسم با شتاب ثابت a در بازه $\Delta t = t_۲ - t_۱$:

میدانیم که اگر جسم شتاب ثابت داشته باشد انگاه سرعت متوسط جسم در بازه زمانی $\Delta t = t_۲ - t_۱$ برابر است با (۲-۵) $\bar{v} = \frac{v_۲ + v_۱}{۲}$ که در ان $v_۱$ اندازه سرعت جسم در ابتدای بازه یعنی در $t_۱$ و $v_۲$ اندازه سرعت جسم در پایان بازه یعنی $t_۲$ است. اثبات رابطه۵-۲ اینگونه است که نمودار v-t یعنی نمودار رابطه ۳-۲ را رسم میکنیم مساحت زیر نمودار برابر با جابجایی است پس مساحت زیر نمودار را که خطی راست با شیب a است را با Δx برابر قرار میدهیم. مساحت زیر برابر با مساحت یک ذوزنقه است وداریم: (۲-۶) $\Delta x = \frac{v_۲ + v_۱}{۲} \times \Delta t$ که با

تقسیم رابطه بر Δt داریم (۲-۷) $\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{v_2+v_1}{2}$ که طرف چپ برابر با سرعت متوسط در بازه زمانی Δt است بنابراین حکم اثبات شد.

اکنون با کمک روابط ۳-۱ و ۳-۲ و ۵-۲ معادله مکان-زمان جسمی که حرکت ان شتاب ثابت دارد را بدست می اوریم . برای این کار ابتدا معادل v_2 را از رابطه ۳-۲ بدست میاوریم که میشود (۲-۸) $v_2 = at + v_1$ که در ان v_1 سرعت در ابتدای بازه یعنی t_1 است.اکنون رابطه۴-۲ را در رابطه ۵-۲ بجای v_2 قرار میدهیم که میشود

(۲-۹) $\bar{v}=\frac{1}{2}at_2+v_1$. رابطه۹-۲ سرعت متوسط جسمی با شتاب ثابت a و سرعت اولیه v_1 در لحظه t_2 است که با قرار دادن ان در رابطه مکان-زمان حرکت جسم با سرعت ثابت یعنی رابطه۳-۱ به رابطه مکان-زمان حرکت با شتاب ثابت میرسیم (۲-۱۰) $\frac{1}{2}at^2+v_0t=x-x_0$ که در ان v_1 را با v_0 و t را با t_2 نشان دادیم.

میدانیم سرعت برابر است با نسبت جابجایی به بازه زمانی انجام این جابجایی ، بنابراین شیب خطی که نمودار رابطه۱۰-۲ را حداقل در ۲ نقطه قطع کند برابر با سرعت متوسط است و شیب خط مماس بر نمودار برابر با سرعت لحظه ای است. از حساب دیفرانسیل میدانیم که شیب نمودار تابع $f(x)$ در نقطه x برابر است با $f'(x)$ یعنی مشتق تابع $f(x)$ در نقطه x. بنابراین برای بدست اوردن سرعت لحظه ای جسم از رابطه ۱۰-۲ نسبت به t مشتق میگیریم وداریم: (۲-۱۱) $v=at+v_0$ که مشاهده میشود با رابطه ۳-۲ که از تعریف بدست امده بود یکی است.

در رابطه۱۱-۲ نیز شیب خطی که حداقل نمودار را در ۲ نقطه قطع کند برابر با شتاب متوسط و شیب خط مماس بر نمودار رابطه۱۱-۲ برابر با شتاب لحظه ای است.پس برای بدست اوردن شتاب لحظه ای از رابطه۱۱-۲ نسبت به t مشتق میگیریم که میشود: (۲-۱۲) =aشتاب لحظه ای. از همان ابتدا نیز میتوانستیم بگوییم چون رابطه ۱۱-۲ یک خط است پس شیب این خط برابر با شتاب لحظه ای است که در اینجا چون شتاب، ثابت است با شتاب متوسط یکی است.

اگر از رابطه۱۱-۲ t را بدست بیاوریم و در رابطه ۱۰-۲ قرار دهیم به رابطه جدیدی بنام رابطه مستقل از زمان میرسیم که برابر است با: (۲-۱۳) $v_2^2-v_1^2=2a\Delta x$ که در ان v_1 سرعت جسم در ابتدای بازه زمانی و v_2 سرعت در انتهای بازه زمانی و a شتاب جسم و Δx جابجایی جسم در بازه زمانی حذف شده از رابطه۲۰-۱ است.

اکنون که روابط حاکم بر حرکت شتابدار یکنواخت در یک بعد را بدست اوردیم فقط کافی است که در روابطی که برای این حرکت گفته شد مولفه عمودی سرعت و شتاب را قرار دهیم. پس بطور خلاصه داریم:

رابطه مکان-زمان	$y-y_0=-\frac{1}{2}gt^2+v\sin\alpha\times t$ (۲-۱۴)
رابطه سرعت-زمان	$v=-gt+v\sin\alpha$ (۲-۱۵)
رابطه شتاب-زمان	$-g$ (۲-۱۶)
رابطه مستقل از زمان	$(v_{2y})^2+(v_{1y})^2=-2g\Delta y$ (۲-۱۷)

جدول ۱-۱

اگر زمان را از رابطه۳-۱ محاسبه کرده و در رابطه ۱۴-۲ قرار دهیم معادله مسیر حرکت پرتابی جسم بدست

می اید که برابر است با: (۲-۱۸) $y - y_{0} = \frac{-gx^{2}}{2(v\cos\alpha)^{2}} + \tan\alpha\, x$.

توجه شود که در روابط ۱۴-۲ تا ۱۸-۲ سوی بالا را مثبت و سوی پایین(به طرف مرکز زمین) را منفی گرفتیم که در نتیجه علامت سرعت اولیه مثبت ، علامت شتاب منفی و علامت جابجایی جسم از لحظه پرتاب تا نقطه اوج مثبت و بعد از نقطه اوج تا برخورد به زمین منفی است.

چنانچه علامت سوی بالا را منفی و علامت سوی پایین را مثبت بگیریم علامت سرعت اولیه منفی ، علامت شتاب مثبت و علامت جابجایی جسم از لحظه پرتاب تا نقطه اوج منفی و از نقطه اوج تا برخورد به زمین مثبت است.

تنها نکته باقی مانده این است که بعد از انجام ازمایش باید درصد خطای برد را بدست اوریم که برابر است با

(۲-۱۹) ۱۰۰×(برد تجربی/ |بردنظری- برد تجربی|)= درصد خطا.

تا اینجا بصورت نظری حرکت پرتابی را مورد بررسی قرار دادیم برای بررسی تجربی به بخش بعدی میرویم که در انجا ازمایشی برای تحقیق درستی روابطی که بدست اوردیم ، انجام دادیم.

آزمایش (بخش ۳)

وسایل آزمایش:

دستگاه حرکت پرتابی ، گلوله فلزی ، زمان سنج دیجیتال ، حسگر مادون قرمز و حسگر ضربه ای

روش انجام آزمایش:

۱.دستگیره مربوط به فنر دستگاه حرکت پرتابی را به عقب میکشیم تا فنر برای پرتاب گلوله اماده شود.

۲.دستگاه پرتاب گلوله به صفحه مدرجی چسبیده و دستگاه می تواند بر روی این صفحه بچرخد بنابراین دستگاه پرتاب گلوله را برای زاویه مورد نظر برای ازمایش تنظیم میکنیم.ما در این آزمایش دستگاه را برای ۳ زاویه ۴۵،۳۰ و ۶۰ درجه اماده میکنیم.

۳.با زدن دکمه مربوط به دستگاه حرکت پرتابی در جاییکه باید گلوله را در دستگاه پرتاب گلوله قرار دهیم خاصیت اهنربایی ایجاد میکنیم و گلوله را در ان جا قرار میدهیم. توجه شود که با برداشتن انگشت خود از دکمه خاصیت اهنربایی از بین رفته و گلوله سقوط میکند.

۴.اکنون ضامن مربوط به دستگاه پرتاب گلوله را بزنید تا گلوله پرتاب شود. هنگامی که ضامن را میزنیم فنرخلاص شده و به یک استوانه فلزی نیرو وارد کرده باعث ضربه زدن ان استوانه به گلوله میشود و گلوله پرتاب میشود و هنگامیکه گلوله از مقابل حسگر مادون قرمز عبور میکند زمان سنج دیجیتال شروع بکار میکند و وقتی که به میز دستگاه حرکت پرتابی برخورد کرد حسگر ضربه ای زمان سنج را متوقف میکند و زمان حرکت گلوله بر روی زمان سنج دیجیتال نمایش داده میشود.

۵. اکنون باید محل برخورد گلوله به میز را مشخص کنیم .این کار را به وسیله کاغذ کاربن انجام میدهیم. به این

صورت که قبل از پرتاب گلوله محل برخورد گلوله را حدس زده و کاغذ کاربن را در حدود همان نقطه قرار میدهیم پس از بخورد گلوله، محل برخورد گلوله به میز توسط کاغذ کاربن علامتگذاری میشود.

اکنون باید فاصله محل برخورد گلوله به میز را از مبدا حساب کنیم. ما مبدا را درست زیر حسگر مادون قرمز انتخاب میکنیم زیرا زمان حرکت گلوله از این محل گرفته شده است واگر مثلا مبدا را عقب تر از این نقطه بگیریم نیاز به زمان لازم برای حرکت گلوله از مبدا تا حسگر مادون قرمز داریم که چون این زمان را در اختیار نداریم مبدا مکان را نقطه ای در نظر میگیریم که در ان زمان سنج شروع بکار کرده است.بنابراین فاصله حسگر مادون قرمز تا مرکز نقطه برخورد را اندازه گیری میکنیم.

۶.نتایج اندازه گیری شده یعنی زاویه های پرتاب جسم و برد و زمان حرکت جسم برای هر زاویه را یادداشت کنید.

۷.چون سرعت اولیه معلوم نیست سرعت اولیه را از رابطه ۱۴-۲ حساب میکنیم. در حرکت پرتابی رابطه ای برای حساب کردن برد پرتابه وجود دارد که برابر است با (۱-۳) $R=\frac{v_۰^۲\sin۲\alpha}{g}$. نکته این است که از این رابطه نباید برای محاسبه سرعت اولیه استفاده کرد زیرا R یعنی برد پرتابه در این فرمول ،برد نظری است اما بردی که ما بدست اوردیم برد تجربی پرتابه است. در واقع زمان حرکت به ازای برد نظری با زمان حرکت به ازای برد تجربی متفاوت است.بنابر این باید از رابطه۱۴-۲ برای تعیین سرعت اولیه استفاده کرد .بنابراین اگر رابطه ۱۴-۲ را مساوی صفر قرار دهیم سرعت اولیه از رابطه (۲-۳) $v_۰=\frac{gt}{۲\sin\alpha_۰}$ بدست می اید.

۸.برد نظری را از رابطه ۱۰-۱ یا رابطه ۱-۳ حساب میکنیم.

۹.کسینوس و سینوس و تانژانت زاویه های پرتاب را حساب میکینم.

۱۰.در تمامی جاهایی که g برای محاسبه لازم است، مقدار ان را $۹/۸\ m/s^۲$ میگیریم.

۱۱.خطای مطلق طول ۰۰۱/ متر است.

۱۲.خطای مطلق زمان ۰/۰۰۱ ثانیه است.

۱۳.اگر از رابطه۲-۳ لگاریتم طبیعی گرفته و سپس از ان مشتق بگیریم خطای مطلق سرعت بدست می اید که برابر است با (۳-۳) $\Delta v=v_۰\times\frac{\Delta t}{t}$.که با قرار دادن معادل $v_۰$ یعنی رابطه۲-۳ داریم : (۴-۲) $\Delta v=\frac{g\times۱۰^{-۳}}{۲\sin\alpha}$

پس از انجام ازمایش اندازه گیری های صفحه ی برای جسم پرتاب شده بدست امد. جدول۱-۳

زاویه پرتاب جسم. $\alpha_۰$ (درجه)	زمان پرواز t (s)	برد تجربی C (m)	سرعت اولیه $v_۰\ (\frac{m}{s})$	برد نظری R (m)	درصد خطا (%)	خطای مطلق سرعت $\Delta v_۰\ (\frac{m}{s})$
۳۰	$۳/۹۵\times۱۰^{-۱}$	۱/۳۷۲	۳/۸۷	۱/۳۲	۴	$۹/۸\times۱۰^{-۳}$
	$۴/۰۳\times۱۰^{-۱}$	۱/۳۵۰	۳/۹۵	۱/۳۸	۲	$۹/۸\times۱۰^{-۳}$
	$۴/۱۲\times۱۰^{-۱}$	۱/۴۱۸	۴/۰۴	۱/۴۴	۱	$۹/۸\times۱۰^{-۳}$
	$۴/۱۶\times۱۰^{-۱}$	۱/۳۹۳	۴/۰۸	۱/۴۷	۶	$۹/۸\times۱۰^{-۳}$
	$۴/۲۴\times۱۰^{-۱}$	۱/۴۳۸	۴/۱۶	۱/۵۳	۶	$۹/۸\times۱۰^{-۳}$
	$۴/۲۷\times۱۰^{-۱}$	۱/۴۵۶	۴/۱۸	۱/۵۴	۵	$۹/۸\times۱۰^{-۳}$

برای جدول۱-۳ داریم: $\sin ۳۰=۰/۵$ و $\cos ۳۰ = ۰/۸۶۶۰$ و $\tan ۳۰= ۰/۵۷۷۴$

خطای مطلق سرعت $\Delta v_{0} (\frac{m}{s})$	درصد خطا (%)	برد نظری R (cm)	سرعت اولیه $v_{0} (\frac{m}{s})$	برد تجربی C (m)	زمان پرواز t (s)	زاویه پرتاب جسم. α_{0} (درجه)
$۶/۹۳۰\times ۱۰^{-۳}$	۲	۱/۵۱	۳/۸۵	۱/۵۴۲	$۵/۵۶\times ۱۰^{-۱}$	۴۵
$۶/۹۳۰\times ۱۰^{-۳}$	۵	۱/۶۲	۳/۹۸	۱/۵۴۱	$۵/۷۵\times ۱۰^{-۱}$	
$۶/۹۳۰\times ۱۰^{-۳}$	۵	۱/۶۴	۴/۰۱	۱/۵۶۵	$۵/۷۹\times ۱۰^{-۱}$	
$۶/۹۳۰\times ۱۰^{-۳}$	۳	۱/۶۸	۴/۰۶	۱/۶۳۰	$۵/۸۶\times ۱۰^{-۱}$	
$۶/۹۳۰\times ۱۰^{-۳}$	۶	۱/۷۰	۴/۰۸	۱/۵۹۶	$۵/۸۹\times ۱۰^{-۱}$	

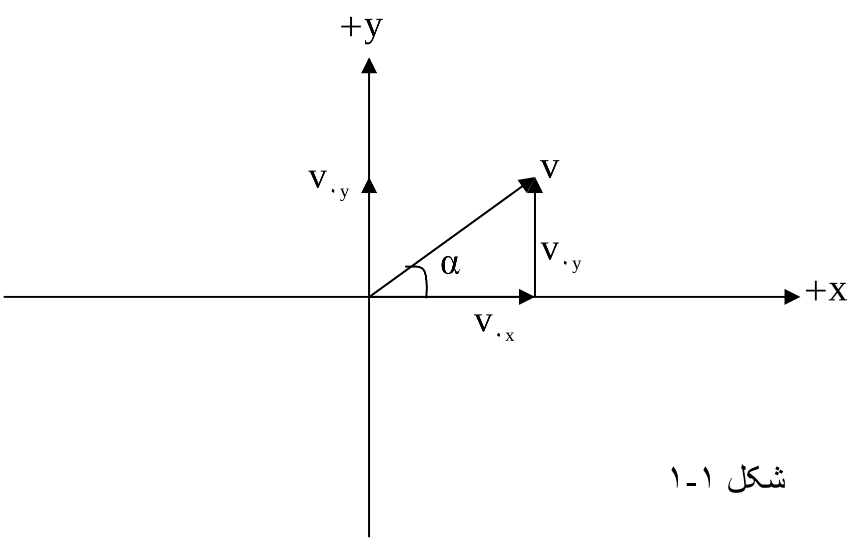
جدول۲-۳

برای جدول۲-۲ داریم: $\sin ۴۵=۰/۷۰۷۱$ و $\cos ۴۵=۰/۷۰۷۱$ و $\tan ۴۵= ۱$

خطای مطلق سرعت $\Delta v_{0} (\frac{m}{s})$	درصد خطا (%)	برد نظری R (cm)	سرعت اولیه $v_{0} (\frac{m}{s})$	برد تجربی C (m)	زمان پرواز t (s)	زاویه پرتاب جسم. α_{0} (درجه)
$۵/۶۵۸\times ۱۰^{-۳}$	۴	۱/۳۹	۳/۹۶	۱/۳۳۴	$۷/۰۰\times ۱۰^{-۱}$	۶۰
$۵/۶۵۸\times ۱۰^{-۳}$	۴	۱/۳۹	۳/۹۶	۱/۳۴۱	$۷/۰۰\times ۱۰^{-۱}$	
$۵/۶۵۸\times ۱۰^{-۳}$	۷	۱/۴۳	۴/۰۲	۱/۳۴۰	$۷/۱۱\times ۱۰^{-۱}$	
$۵/۶۵۸\times ۱۰^{-۳}$	۵	۱/۵۶	۴/۲۰	۱/۴۸۳	$۷/۴۲\times ۱۰^{-۱}$	
$۵/۶۵۸\times ۱۰^{-۳}$	۶	۱/۶۰	۴/۲۶	۱/۵۱۳	$۷/۵۳\times ۱۰^{-۱}$	

جدول۳-۳

برای جدول۳-۲ داریم: $\sin ۶۰=۰/۸۶۶۰$ و $\cos ۶۰=۰/۵$ و $\tan ۶۰=۱/۷۳۲$



شکل ۱-۱

این متن توسط یاشار نوشته شده است.
وبلاگ من www.elekteron.blogsky.com.
هر گونه برداشت از این متن باید با اشاره به آدرس وبلاگ صورت گیرد.

حرکت نوسانی فنر(بخش۱)

میدانیم نیرویی که فنر بر جسم اویخته به ان وارد میکند از رابطه (۱-۱) $F=-kx$ بدست می اید. از طرفی طبق قانون دوم نیوتن نیرو برابر است با (۱-۲) $F=ma$. با برابر قرار دادن روابط ۱-۱ و ۱-۲ شتاب حرکت جسم اویخته به فنری که در حال نوسان را بدست می اوریم پس داریم: (۱-۳) $a=-\dfrac{kx}{m}$.

از طرفی شتاب حرکت جسم در حرکت نوسانی برابر با (۱-۴) $a=-\omega^{2}x$ است.با برابر قرار دادن روابط ۱-۳ و ۱-۴ داریم : (۱-۵) $m\omega^{2}=k$. از طرفی ω برابر است با : (۱-۶) $\omega=\dfrac{2\pi}{T}$ که در ان T دوره نوسان فنر است. یعنی مدت زمانی که طول میکشد تا فنر یک نوسان انجام دهد.با قرار دادن ω از رابطه ۱-۶ در رابطه ۱-۵ داریم:

(۱-۷) $T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$.بنابراین توانستیم دوره نوسان فنر را به ثابت کشسانی فنر و جرم جسم اویخته به ان مربوط کنیم.برای اینکه درستی رابطه مقابل را بیازماییم باید ببینیم که ایا دوره نوسان فنر با جذر جرم رابطه دارد یا نه.

بنابراین با یک بار جرم m_1 و بار دیگر جرم m_2 را به یک فنر اویزان میکنیم و دستگاه جرم-فنر را به نوسان در می اوریم . نسبت $\dfrac{T_2}{T_1}$ را بدست می اوریم و بررسی می کنیم که ایا این نسبت با $\sqrt{\dfrac{m_2}{m_1}}$ برابر است یا نه.توجه کنید که هنگامیکه از رابطه ۱-۷ نسبت $\dfrac{T_2}{T_1}$ را حساب میکنیم چون k مربوط به یک فنر است بنابراین k در حالت اول و دوم برابر است و در محاسبه نسبت $\dfrac{T_2}{T_1}$ حذف میشود.

ازمایش بالا را برای یک فنر با ثابت k متفاوت دوباره انجام میدهیم و در ان نیز مانند فنر اول برابری نسبت $\dfrac{T_2}{T_1}$ را با $\sqrt{\dfrac{m_2}{m_1}}$ بررسی میکنیم.

پس از انجام آزمایش بالا با توجه به نتایجی که بدست می اوریم میتوانیم ثابت کشسانی فنر اول و دوم را بدست بیاوریم.برای بررسی متناسب بودن دوره نوسان با جذر عکس k نسبت $\dfrac{k_1}{k_2}$ را محاسبه میکنیم.این نسبت باید با نسبت $\dfrac{T_2}{T_1}$ برابر باشد.

آزمایش(بخش ۲)

مطابق جدول ۱-۲ وزنه های گفته شده در جدول را برای فنر با قطر بزرگتر انتخاب میکنیم و ازمایش را با این وزنه ها برای فنر با قطر بزرگتر انجام میدهیم.بدین صورت که پس از اویختن وزنه مورد نظر از فنر، فنر را پایین میکشیم و سپس رها میکنیم تا به نوسان دراید.انگاه زمان انجام دادن ۲۵ نوسان را حساب میکنیم و سپس زمان یک نوسان را بدست می اوریم.از دوره نوسان بدست امده برای فنر به ازای چند بار ازمایش میانگین میگیریم و سپس میانگین خطای مطلق زمان را بدست می اوریم. و بعد نسبت $\frac{T_۲}{T_۱}$ را با $\sqrt{\frac{m_۲}{m_۱}}$ مقایسه میکنیم. مانند این کارها را برای فنر با قطر کوچکتر انجام میدهیم و نتایج انرا درجدولهای ۳-۲و ۴-۲مینویسیم. پس ازانجام آزمایش نتایج زیرحاصل شد.

شماره آزمایش	جرم وزنه m (kg)	۲۵T (s)	T (s)	ΔT (s)	k (N.m$^{-۱}$)
۱	$۲/۰۰۳۱\times ۱۰^{-۱}$	۱۹/۷۸	۰/۷۹۱۲	$۲/۲۳\times ۱۰^{-۲}$	۱۲/۶۳
		۲۰/۴۱	۰/۸۱۶۴	$۲/۹\times ۱۰^{-۳}$	۱۱/۸۶
		۲۰/۴۴	۰/۸۱۷۶	$۴/۱\times ۱۰^{-۳}$	۱۱/۸۳
		۲۰/۵۳	۰/۸۲۱۲	$۷/۷\times ۱۰^{-۳}$	۱۱/۷۳
		۲۰/۵۳	۰/۸۲۱۲	$۷/۷\times ۱۰^{-۳}$	۱۱/۷۳
میانگین		۲۰/۳۴	۰/۸۱۳۵	$۸/۹۴\times ۱۰^{-۳}$	۱۱/۹۶
۲	$۲/۵۱۱۵\times ۱۰^{-۱}$	۲۲/۸۸	۰/۹۱۵۲	$۱/۳\times ۱۰^{-۳}$	۱۱/۸۴
		۲۳/۰۴	۰/۹۲۱۶	$۵/۱\times ۱۰^{-۳}$	۱۱/۶۷
		۲۲/۸۲	۰/۹۱۲۵	$۴/۰\times ۱۰^{-۳}$	۱۱/۹۱
میانگین		۲۲/۹۱	۰/۹۱۶۵	$۳/۵\times ۱۰^{-۳}$	۱۱/۸۱

جدول۱-۲

$\frac{T_{m۲}}{T_{m۱}}$	$\sqrt{\frac{m_۲}{m_۱}}$
۱/۱۲۶	۱/۱۱۹۷

جدول۲-۲

در جدول ۱-۲ در آزمایش شماره ۱ و ۲ میانگین k را در بدست اوردیم. از این دو مقدار نیز میانگین میگیریم حاصل برابر با میانگین ثابت کشسانی فنر میشود که برابر است با : $k_m = ۱۱/۸۸\ N.m^{-۱}$

همان طور که مشاهده میکنید در جدول ۲-۲ این دو نسبت تقریبا با هم برابرند و اختلاف کم انها ناشی از خطا در آزمایش میباشد.

شماره آزمایش	(kg) m جرم وزنه	۲۵T (s)	T (s)	ΔT (s)	k $(N.m^{-۱})$
۳	$۵/۰۸۴\times ۱۰^{-۲}$	۱۷/۷۸	۰/۷۱۱۲	$۳/۳\times ۱۰^{-۳}$	۳/۹۶۸
		۱۷/۶۸	۰/۷۰۷۲	۷×۱۰^{-۴}	۴/۰۱۳
		۱۷/۶۳	۰/۷۰۵۲	$۲/۷\times ۱۰^{-۳}$	۴/۰۳۶
میانگین		۱۷/۷۷	۰/۷۰۷۹	$۲/۳\times ۱۰^{-۳}$	۴/۰۰۶
۴	$۱/۰۰۶۲\times ۱۰^{-۱}$	۲۴/۰۶	۰/۹۶۲۴	$۲/۷\times ۱۰^{-۳}$	۴/۲۸۹
		۲۴/۱۹	۰/۹۶۷۶	$۲/۵\times ۱۰^{-۳}$	۴/۲۴۳
		۲۴/۱۳	۰/۹۶۵۲	۱×۱۰^{-۴}	۴/۲۶۴
میانگین		۲۴/۱۳	۰/۹۶۵۱	$۱/۸\times ۱۰^{-۳}$	۴/۲۶۵
۵	$۲/۰۰۳۱\times ۱۰^{-۱}$	۳۳/۳۴	۱/۳۳۴	۵×۱۰^{-۳}	۴/۴۴۴
		۳۳/۵۷	۱/۳۴۳	۴×۱۰^{-۳}	۴/۳۸۴
		۳۳/۵۳	۱/۳۴۱	۲×۱۰^{-۳}	۴/۳۹۷
		۳۳/۵۶	۱/۳۴۲	۳×۱۰^{-۳}	۴/۳۹۱
		۳۳/۴۱	۱/۳۳۶	۳×۱۰^{-۳}	۴/۴۳۰
میانگین		۳۳/۴۸	۱/۳۳۹	$۳/۴\times ۱۰^{-۳}$	۴/۴۰۹

جدول۳-۲

$\frac{T_{m۴}}{T_{m۳}}$	$\sqrt{\frac{m_۴}{m_۳}}$
۱/۳۵۸	۱/۴۰۷

جدول۴-۲

در جدول ۳-۲ در ازمایشهای ۱ و ۲و۳ میانگین k را بدست اوردیم. از این سه مقدار میانگین برای k ، میانگین میگیریم که k میانگین را بدست می دهد. در نتیجه : $k_m = ۴/۲۲۷\ N.m^{-۱}$.

همان گونه که مشاهده میکنید در جدول ۴-۲ این نسبت تقریبا با هم برابرند و اختلاف انها ناشی از خطا در آزمایش است.مانند خطا در اندازه گیری زمان به علت خطای آزمایشگر در زود یا دیر زدن کرنومتر.

در جدولهای ۲-۲ و ۴-۲ درستی اینکه دوره نوسان با جذر جرم رابطه مستقیم دارد را تحقیق کردیم و به درستی ان پی بردیم.اکنون میخواهیم درستی اینکه دوره نوسان فنر با جذر عکس k رابطه مستقیم دارد را بررسی کنیم. برای این کار باید دو نسبت $\frac{k_۱}{k_۲}$ و $\frac{T_۲}{T_۱}$ را برای دو فنر با ثابت k متفاوت که یک جرم مشخص به انها اویزان است را بدست اوریم.داده ای ازمایشهای ۱ و ۵ که بترتیب در جدولهای ۱-۲ و ۳-۲ قرار دارند برای این کار مناسب است.

در جدول زیر این مقایسه را انجام دادیم.

$\frac{T_{m۵}}{T_{m۱}}$	$\sqrt{\frac{k_{m۱}}{k_{m۵}}}$
۱/۶۴۶	۱/۶۷۶

جدول۵-۲

که همان طور که میبینید این دو نسبت تقریبا با هم برابرند.و اختلاف ناچیز انها به علت وجود خطا میباشد. که این خطا میتواند به علت وجود خطا در اندازه گیزی زمان یا وجود اصطکاک باشد

این متن توسط یاشار نوشته شده است.
وبلاگ من www.elekteron.blogsky.com.
هر گونه برداشت از این متن باید با اشاره به آدرس وبلاگ صورت گیرد.

سقوط آزاد(بخش۱)

میدانیم که زمین تمام اجسام را بسمت خود میکشد. مقدار نیرویی که زمین به هر جسم با جرم مختلف وارد میکند یکسان نیست اما شتابی که این نیرو به جسمهایی با جرم مختلف میدهد یکسان است. این شتاب ثابت را با g نشان میدهیم و مقدار ان تقریبا برابر است با: $g=۹/۸\ \frac{m}{s^۲}$ که جهت ان همواره به سمت مرکز زمین است.

سقوط ازاد را میتوان حالت خاصی از حرکت پرتابی در نظر گرفت که در ان زاویه پرتاب ۹۰ درجه است بنابراین حرکتی در راستای افقی ندارد و فقط در راستای عمودی دارای حرکت میباشد. روابط حاکم بر حرکت سقوط ازاد همان روابط حرکت شتابدار یکنواخت است که در ان شتاب برابر با g است بنابراین روابط حرکت سقوط ازاد عبارتند از :

رابطه مکان-زمان	$y=\frac{۱}{۲}gt^۲-v_۰\times t$ (۱-۱)
رابطه سرعت-زمان	$v=gt-v_۰$ (۱-۲)
رابطه شتاب-زمان	g (۱-۳)
رابطه مستقل از زمان	$v_۲^۲-v_۱^۲=۲g\Delta y$ (۱-۴)

جدول ۱-۱

در رابطه ۱-۱ $v_۰$ سرعت اولیه جسم و t زمان و g شتاب گرانش و y مکان جسم در لحظه t است.

در رابطه ۱-۲ $v_۰$ سرعت اولیه و v سرعت جسم در لحظه t است.

در رابطه ۱-۴ Δy جابجایی جسم و $v_۱^۲$ مجذور سرعت اولیه و $v_۲^۲$ مجذور سرعت نهایی است.

در روابط بالا جهت مثبت را رو به پایین و مبدا را محل پرتاب جسم گرفتیم.

آزمایش (بخش۲)

لوازم مورد نیاز: دستگاه سقوط ازاد، گلوله فلزی،زمانسنج دیجیتال، سنسور مادون قرمز

چگونگی انجام ازمایش:

۱.سنسور مادون قرمز را به دستگاه وصل میکنیم و سپس سیم مربوط به ان را به زمانسنج متصل میکنیم.در بالای دستگاه یک مدار متشکل از یک پیچ و یک میله است .اگر گلوله را بین این پیچ و میله قرار دهیم مدار بسته میشود و میتوانیم زمانسنج را صفر کرده اماده استفاده قرار دهیم.مطابق جدول ۱-۲ فاصله سنسور از مدار را تنظیم میکنیم.هنگامیکه پیچ نگه دارنده گلوله را میکشیم گلوله سقوط میکند و مدار باز میشود در نتیجه همینکه گلوله شروع به سقوط میکند زمانسنج شروع بکار میکند. وقتی که گلوله از سنسور رد شد زمانسنج متوقف میشود و زمان طی شده بوسیله گلوله از مدار تا سنسور را نمایش میدهد.

۲.گلوله از حالت سکون شروع به سقوط کرده و جابجایی و زمان انجام این جابجایی را نیز در اختیار داریم. مکان اولیه گلوله را برابر صفر میگیریم و جهت رو به پایین را مثبت میگیریم پس با استفاده از معادله ۱-۱ داریم:

$g=\frac{2y}{t^2}$ (۲-۱) . که از این رابطه شتاب گرانش را بدست می اوریم.

۳.این ازمایش را برای فاصله های دیگر مطابق جدول۱-۲ انجام میدهیم و هر بار g را حساب میکنیم و در اخر میانگین g را حساب می کنیم.

۴.نمودار y بر حسب t^2 را رسم میکنیم و از روی نمودار شتاب گرانش را بدست می اوریم.

۵.برای بدست اوردن Δg_m یعنی میانگین خطای مطلق شتاب گرانش باید میانگین خطای مطلق زمان(Δt_m) و میانگین خطای مطلق طول(Δy_m) را داشته باشیم. Δy_m برابر با یک میلیمتر است. عوامل محیطی غیر از دما که اثر ان را ناچیز میگیریم،بر مقدار طول اندازه گیری شده اثر نمیگذارد و هر بار که میخواهیم یک طول مشخص مثلا۷۵ سانتیمتر را اندازه بگیریم ، همین مقدار ۷۵ سانتیمتر را بدست می اوریم.اما عوامل محیطی بر زمان اندازه گیری شده اثر می گذارد مثلا مقاومت هوا یا اینکه کدام قسمت گلوله را بوسیله پیچ ثابت نگه میداریم ،میتواند باعث تغییر در زمان اندازه گیری شده شود. به عنوان مثال اگر گلوله را بوسیله پیچ کمی بالاتر نگه داریم مثلا پیچ را به پایین گلوله اتصال دهیم باعث میشود که گلوله مسافت اضافه بسیار کوچکی نسبت به وقتی که پیچ به مرکز گلوله متصل است را طی کند که باعث طولانی تر شدن زمان سقوط میشود.برای همین زمان لازم برای پیمودن یک فاصله مشخص مثلا x را چند بار اندازه گیری میکنیم ، میانگین زمانهای بدست امده را حساب میکنیم و بعد قدر مطلق تفاضل زمان بدست امده از هر بار ازمایش را از زمان میانگین حساب میکنیم . به این ترتیب Δt هر بار ازمایش را بدست می اوریم. توجه کنید که میانگین فاصله پیموده شده برابر با همان فاصله پیموده شده است.

بعد از اینکه Δt هر ازمایش را حساب کردیم از خطاهای مطلق زمان بدست امده برای هر ازمایش ، میانگین میگیریم ومیانگین خطای مطلق زمان لازم برای محاسبه Δg_m را بدست می اوریم. به عبارت ریاضی داریم :

$$t_m=\frac{t_1+t_2+\ldots+t_n}{n} \quad (۲\text{-}۳) \quad و \quad \Delta t_n=\left|t_m-t_n\right| \quad (۲\text{-}۴) \quad و \quad \Delta t_m=\frac{\Delta t_1+\Delta t_2+\ldots\Delta t_n}{n} \quad (۲\text{-}۵)$$

از رابطه۳-۲ زمان میانگین واز رابطه ۴-۲ خطای مطلق زمان مربوط به هر ازمایش و از رابطه ۵-۲ میانگین خطای مطلق زمان بدست می اید.

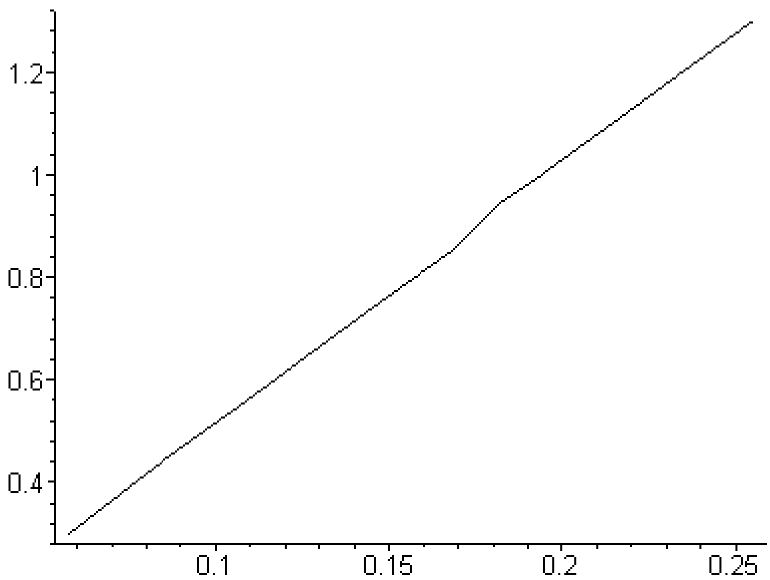
اگر از رابطه ۱-۲ لگاریتم طبیعی گرفته و سپس از ان مشتق بگیریم میانگین خطای مطلق شتاب گرانش بدست می اید که برابر است با : $\Delta g_m=g_m\times(\frac{\Delta y_m}{y_m}+\frac{2\Delta t_m}{t_m})$ (۲-۲) .

که در ان Δt_m میانگین خطای مطلق زمان و t_m زمان میانگین برای پیمودن فاصله y_m است.خود y_m برابر با میانگین فاصله پیموده شده است که چون همانطور که گفته شد هر بار که فاصله x را اندازه میگیریم یک مقدار بدست می اید پس میانگین ان با خودش برابراست. Δy_m نیز میانگین خطای مطلق طول است و g_m میانگین شتاب گرانش می باشد و سرانجام Δg_m که میانگین خطای مطلق شتاب گرانش است.

نتایج اندازه گیری بشرح جدول صفحه بعد است.

شماره آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹
y (m)	۰/۳۰	۰/۴۵	۰/۵۵	۰/۶۵	۰/۷۵	۰/۸۵	۰/۹۵	۱/۰۰	۱/۳۰
t_1 (s)	۰/۲۳۹	۰/۲۹۱	۰/۳۲۶	۰/۳۵۵	۰/۳۸۴	۰/۴۱۲	۰/۴۲۷	۰/۴۴۲	۰/۵۰۲
t_2 (s)	۰/۲۴۰	۰/۲۹۷	۰/۳۲۸	۰/۳۵۸	۰/۳۸۵	۰/۴۰۸	۰/۴۲۸	۰/۴۳۸	۰/۵۰۷
t_m (s)	۰/۲۴۰	۰/۲۹۴	۰/۳۲۷	۰/۳۵۶	۰/۳۸۴	۰/۴۱۰	۰/۴۲۸	۰/۴۴۰	۰/۵۰۵
$g\ (\frac{m}{s^2})$	۱۰/۴	۱۰/۴	۱۰/۳	۱۰/۲	۱۰/۲	۱۰/۱	۱۰/۴	۱۰/۳	۱۰/۲
$g_m\ (\frac{m}{s^2})$	۱۰/۳								

جدول۱-۲



نمودار شکل مقابل مربوط به رابطه ۱-۱ است که اطلاعات لازم برای رسم ان از جدول ۱-۲ گرفتهشده است.محور افقی مجذور زمان و محور عمودی مکان جسم است.شیب میانگین این خط برابر با شتاب گرانش میانگین است.

نتایج حاصل از ازمایش برای محاسبه Δt و Δy به همراه Δg در جدول زیر امده است.

شماره آزمایش	y (m)	Δy(m)	t (s)	Δt(s)	$\Delta g_m\ (\frac{m}{s^2})$
۱	۰/۷۵	۰/۰۰۱	۰/۳۷۹	۰/۰۰۳	۰/۱
۲	۰/۷۵	۰/۰۰۱	۰/۳۸۱	۰/۰۰۱	
۳	۰/۷۵	۰/۰۰۱	۰/۳۸۵	۰/۰۰۳	
۴	۰/۷۵	۰/۰۰۱	۰/۳۷۹	۰/۰۰۳	
۵	۰/۷۵	۰/۰۰۱	۰/۳۸۲	۰/۰۰۰	
۶	۰/۷۵	۰/۰۰۱	۰/۳۸۶	۰/۰۰۴	
میانگین	۰/۷۵	۰/۰۰۱	۰/۳۸۲	۰/۰۰۲	

جدول۲-۲

قبل از هزچیز لازم به گفتن است که در این نوشتار نماد خطای مطلق تغییر طول با نماد Δx و نماد خطای مطلق نیرو را با Δf یعنی حروف ایتالیک نشان خواهیم داد.و کلا تمامی خطاهای مطلق با حروف ایتالیک نمایش داده میشود.توجه شود که دقت حاصل جمع چند عدد برابر با اعشار بعد از ممیز عددی است که کمترین مقدار اعشار بعد از ممیز را دارد و در مورد ضرب چند عدد تعداد رقمهای عدد حاصل برابر با عددی است که کمترین تعداد ارقام با معنی را دارد است.

در تمام محاسبات در این نوشتار بعد از جمع یا ضرب اعداد و تعیین دقت عدد حاصل ان عدد را با ان دقت گرد شده است.

قانون هوک (بخش۱)

چنانچه به یک فنر نیرویی وارد کنیم بستگی به جهت نیرو فنر کشیده یا فشرده میشود.چنانچه نیرویی که برای کشیدن فنر بکار میبریم از حد خاصی تجاوز نکند یعنی به خاطر این نیرو تغییر طول فنر از طول عادی خود از حد خاصی که حد کشسانی فنر نامیده میشود بیشتر نشود تغییر طول فنر از طول عادی خود متناسب با مقدار نیروی وارده به فنر میباشد.توجه شود که در این نوشتارقانون هوک را با این شرط مورد کنکاش قرار میدهیم .

در واقع فنر سالم و بی عیب با شرطی که بیشتر از حد کشسانی خود کشیده نشود دارای سه ویژگی زیر است:

۱. به ازای وارد امدن نیروی F فنر دارای تغییر طول ΔX میشود که در ان $\Delta X = X_۱ - X_۰$ (۱-۱)

$X_۰$ طول اولیه فنر $X_۱$ طول فنر بعد از کشیدگی است.

۲.متناسب با مجذور تغییر طول ΔX در فنر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره میشود.

۳.اگر نیروی F را حذف کنیم نیرویF- فنر را به حا لت اولیه برمیگرداند.

گفتیم که اگر نیروی وارد بر فنر باعث نشود که طول فنر از حد کشسانی ان بیشتر شود تغییرات طول فنر یعنی ΔX با تغییرات نیروی وارده یعنی ΔF (که خود ΔF برابر است با ($\Delta F = F_۱ - F_۰$ (۱-۲)) متناسب است یعنی $\Delta F \propto \Delta X$ (۱-۳).

در واقع اگر ΔF را n برابر کنیم ΔX نیز n برابر میشود به عبارت دیگر نسبت $\frac{\Delta F}{\Delta x}$ ثابت است که این مقدار ثابت را ثابت کشسانی فنر میگوییم که نماد ان Kاست پس داریم (۱-۴) $\frac{\Delta F}{\Delta X} = K$.

در ادامه با ضرب معادله۴-۱ در ΔX داریم (۱-۵) $\Delta F = K\,\Delta X$ و در ادامه اگر با صرف نظر از جرم فنر نیروی وارد بر ان را در هنگامیکه فنر طول عادی خود را دارد صفر بگیریم یعنی $F_۰ = ۰$ انگاه معادله ۵-۱ به (۱-۶) $F=K\,\Delta X$ تبدیل میشود که میتوان به جای نماد ΔX برای تغییر طول از نماد X نیز استفاده کردیعنی (۱-۷) $F=KX$ در ضمن از انجاییکه جهت نیروی بازگرداننده فنر خلاف جهت تغییر طول است طرف راست معادله ۶-۱ را در یک منفی ضرب میکنیم یعنی داریم(۱-۸)$F=-KX$.صورت دیگر رابطه۶-۱برابر است با (۱- ۹)$K = -\frac{F}{X}$.

حال به دیمانسیون معادله ۴-۱ نگاهی میاندازیم و از انجا یکای K را بدست میاوریم بنابراین داریم:

میدانیم که دیمانسیون F برابر با نیوتن است که با N نشان داده میشود و دیمانسیون X برابر با متر یعنی m است توجه شود که برای نشان دادن دیمانسیون یک کمیت ان کمیت را در داخل علامت [ ] قرار میدهیم برای مثال

دیمانسیون نیرو برابر است با $\left[F\right] = N$. دیمانسون دیگر نیرو برابر است با $\left[F\right] = Kg\,\frac{m}{sec^2}$. حال

دیمانسیون K را بدست می اوریم:

$$\left[K\right] = \frac{\left[F\right]}{\left[X\right]} = \frac{N}{m} \qquad (۱-۱۰) \quad \text{یا} \qquad (۱-۱۱)$$

با توجه به رابطه۴-۱ در میابیم که با تقسیم نیرو(توجه شود که $F_{\cdot} = ۰$ است پس تغییرات نیرو با نیروی اعمال شده به فنر یکی است) به تغییرات طول در واقع نیروی لازم برای تغییر طول به اندازه یکای طول را بدست اورده ایم و همانطور که قبلا گفته شد چون این مقدار ثابت است میتوانیم فرمول ۷-۱ را از راه تناسب بدست اوریم یعنی داریم:

$$\begin{matrix} K(N) & 1(m) \\ F(N) & X(m) \end{matrix} \Rightarrow F=KX \ (۱-۱۲)$$

که مشاهده میشود همان رابطه ۷-۱ است در واقع با استفاده از K این طور استدلال میکنیم که K نیوتن نیرو باعث تغییر طول ۱ متر میشود حال X متر تغییر طول چه نیرویی میخواهد یا F نیوتن نیرو چه تغییر طولی ایجاد میکند که این استدلال منجر به تناسب رابطه ۱۱-۱ شده از انجا F یا X را بدست میاوریم البته برای تعیین جهت F باید در طرف راست معادله ۱۱-۱ علامت منفی بگذاریم.
حال برای بدست اوردن ثابت کشسانی فنرها و تحقیق درستی رابطه ۴-۱ دست به ازمایش میزنیم.

آزمایش(بخش۲)

لوازم مورد نیاز=دو فنر با مشخصات متفاوت ،ترازو، وزنه های مختلف، پایه عمودی مدرج، خطکش

روش کار:

۱.فنری که قطر بزرگتری دارد را از میله افقی پایه عمودی مدرج اویزان میکنیم.
۲. به انتهای فنر وزنه های ۲۰gr،۳۰gr،۴۰gr،۵۰gr و ۶۰gr اویزان میکنیم و در هر مورد تغییر طول از طول اولیه را حساب میکنیم. توجه کنید که لازم نیست جرم وزنه ها کاملا مطابق با جرم وزنه های گفته شده باشد بلکه تا یک گرم میتوان جرم وزنه ها را تغییر داد. در حالت کلی فرقی نمیکند که چه وزنه هایی با چه جرمی از فنر می اویزیم فقط باید توجه داشت که نیرویی که به فنر وارد میشود باعث تغییر طول بیشتر از حد کشسانی فنر نشود.
۴.برای جلوگیری از نوسان فنر هنگامیکه وزنه را به فنر میاویزیم ان را به ارامی پایین میاوریم تا به حالت سکون دربیاید و از رها کردن وزنه متصل به فنر خودداری میکنیم.

۳.همین کارها را برای فنر با قطر کوچکتر انجام میدهیم.

۴.نمودار تغییرات نیرو بر حسب تغییر طول را برای هر فنر رسم میکنیم و سپس شیب خط و مساحت زیر نمودار را پیدا میکنیم و نتیجه ای را که میگیریم بیان میکنیم.

۵.دقت اندازه گیری ترازو و خطکش پایه عمودی مدرج را بدست می اوریم.

پس از انجام ازمایش مقادیر جدول زیر برای فنر با قطر بزرگتر بدست امد

	جرم m (kg)	تغییر طول X (m)	خطای مطلق تغییر طول Δx (m)	نیرو F=mg (N)	خطای مطلق نیرو Δf (N)
۱	$۱/۹۸۸\times۱۰^{-۲}$	$۴/۳\times۱۰^{-۲}$	۰/۰۰۱	$۱/۹\times۱۰^{-۱}$	$۹/۸\times۱۰^{-۵}$
۲	$۲/۹۹۶\times۱۰^{-۲}$	$۶/۶\times۱۰^{-۲}$	۰/۰۰۱	$۲/۹\times۱۰^{-۱}$	$۹/۸\times۱۰^{-۵}$
۳	$۳/۹۸۰\times۱۰^{-۲}$	$۸/۴\times۱۰^{-۲}$	۰/۰۰۱	$۳/۹\times۱۰^{-۱}$	$۹/۸\times۱۰^{-۵}$
۴	$۴/۹۳۹\times۱۰^{-۲}$	$۱۰/۸\times۱۰^{-۲}$	۰/۰۰۱	$۴/۸\times۱۰^{-۱}$	$۹/۸\times۱۰^{-۵}$
۵	$۵/۹۷۲\times۱۰^{-۲}$	$۱۳/۰\times۱۰^{-۲}$	۰/۰۰۱	$۵/۹\times۱۰^{-۱}$	$۹/۸\times۱۰^{-۵}$

جدول۱-۲

۱.در جدول۱-۲مقدار g برابر با $۹/۸\frac{m}{s^{۲}}$گرفته شده است.

۲.در جدول ۱-۲ نیروی وارد بر فنر برابر است با mg یعنی (۱-۲) F=mg.

۳.خطای مطلق تغییر طول برابر با دقت اندازه گیری خط کش پایه عمودی مدرج یعنی۰/۰۰۱ متر است.

۴. در جدول۱-۲خطای مطلق نیرو برابر است با دقت ترازوی به کار برده شده برای وزن کردن وزنه ها ضربدر مقدار g .

حال ثابت کشسانی فنر را از رابطه۷-۱ برای هر حالت حساب میکنیم:

برای حالت ۱ $\Rightarrow k=\frac{F}{X}\Rightarrow\frac{۱/۹\times۱۰^{-۱}\,N}{۴/۳\times۱۰^{-۲}\,m}=۴/۴\frac{N}{m}$

برای حالت۲ $K=\frac{F}{X}\Rightarrow\frac{۲/۹\times۱۰^{-۱}N}{۶/۶\times۱۰^{-۲}m}=۴/۴\frac{N}{m}\Rightarrow$

برای حالت ۳ $\Rightarrow K=\frac{F}{X}\Rightarrow\frac{۳/۹\times۱۰^{-۱}N}{۸/۴\times۱۰^{-۲}m}=۴/۶\frac{N}{m}$

برای حالت ۴ $\Rightarrow K=\frac{F}{X}\Rightarrow\frac{۴/۸\times۱۰^{-۱}N}{۱/۰۸\times۱۰^{-۱}m}=۴/۴\frac{N}{m}$

برای حالت ۵ $\Rightarrow K=\frac{F}{X}\Rightarrow\frac{۵/۸\times۱۰^{-۱}N}{۱/۳۰\times۱۰^{-۱}m}=۴/۵\frac{N}{m}$

حال میانگین K را بدست می اوریم

$$\overline{K}=\frac{K_۱+K_۲+K_۳+K_۴+K_۵}{۵}=\frac{۲۲/۳}{۵}=۴/۵\frac{N}{m}$$

سپس میانگین نیروی وارد بر فنر را بدست میاوریم

$$\overline{F}=\frac{F_۱+F_۲+F_۳+F_۴+F_۵}{۵}=\frac{۱۹/۴\times ۱۰^{-۱}}{۵}=۳/۹\times ۱۰^{-۱}N$$

و اینک میانگین تغییر طول را بدست میاوریم

$$\overline{X}=\frac{X_۱+X_۲+X_۳+X_۴+X_۵}{۵}=\frac{۴۳/۱\times ۱۰^{-۲}}{۵}=۸/۶\times ۱۰^{-۲}m$$

اکنون با استفاده از مقادیر میانگینی که برای F، X وKبدست اوردیم و مقادیر خطاهای مطلق تغییر طول و نیرو، خطا های نسبی نیرو و تغییر طول را بدست اورده از انجا خطای مطلق ثابت کشسانی فنر را بدست می اوریم پس داریم:

خطای نسبی نیرو برابر است با

$$\frac{\Delta f}{F}=\frac{۹/۸\times ۱۰^{-۵}N}{۳/۹\times ۱۰^{-۱}N}=۲/۵\times ۱۰^{-۴}$$

خطای نسبی تغییر طول برابر است با

$$\frac{\Delta x}{X}=\frac{۱۰^{-۳}m}{۸/۶\times ۱۰^{-۲}m}=۱/۱\times ۱۰^{-۲}$$

$$K=\frac{F}{X}\xrightarrow{۱}\operatorname{Ln}K=\frac{\operatorname{Ln}F}{\operatorname{Ln}X}\xrightarrow{۲}\operatorname{Ln}K=\operatorname{Ln}F-\operatorname{Ln}X\xrightarrow{۳}\frac{\Delta k}{\overline{K}}=\frac{\Delta f}{\overline{F}}-\frac{\Delta x}{\overline{X}}\xrightarrow{۴}\frac{\Delta k}{\overline{K}}=\frac{\Delta f}{\overline{F}}+\frac{\Delta x}{\overline{X}} \quad (۲-۲)$$

در ۱ از $K=\frac{F}{X}$لگاریتم طبیعی گرفته و در۲ ان را باز میکنیم سپس در ۳ از ان مشتق میگیریم و در۴ علامت منفی را به مثبت تبدیل میکنیم و به رابطه۲-۲ میرسیم.

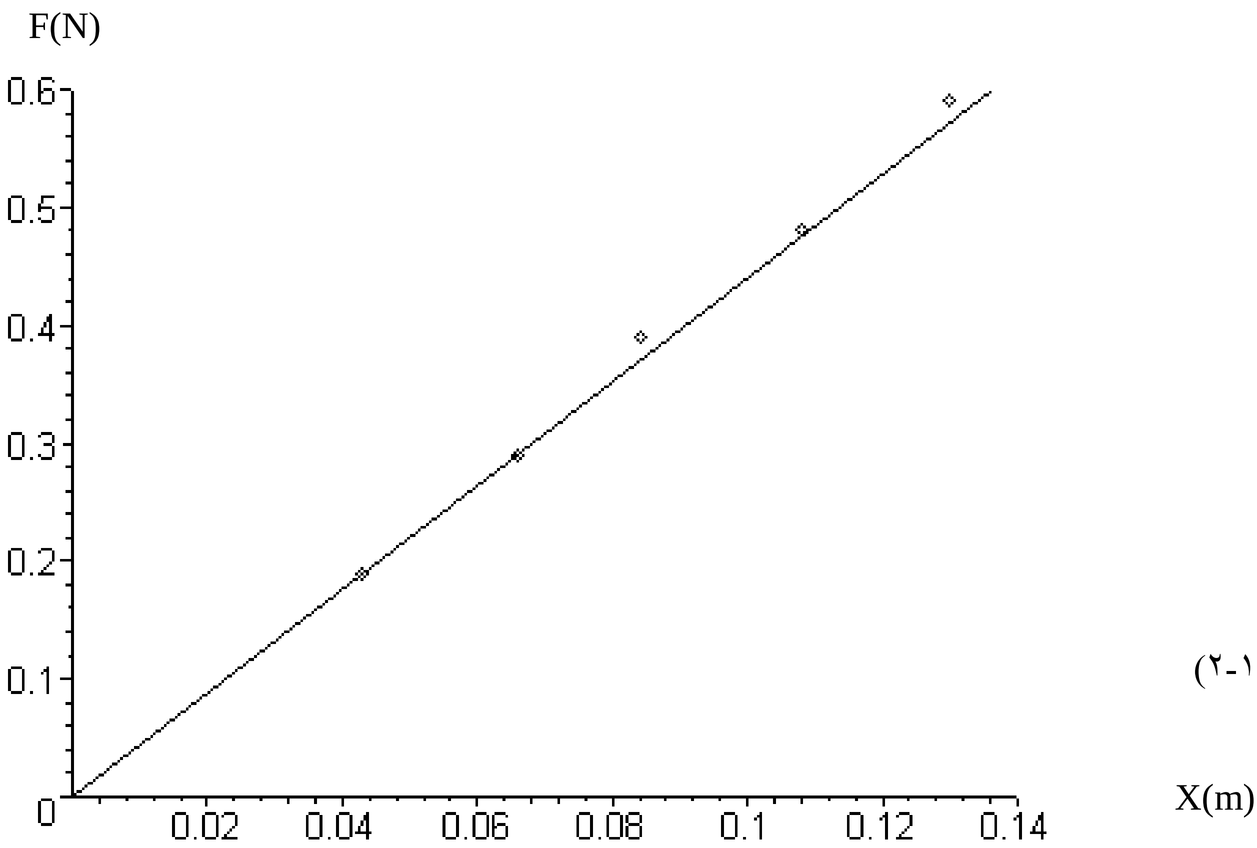
رابطه۲-۲ خطای نسبی ضرب معادله۹-۱بدون علامت منفی است که از انجا خطای مطلق ثابت کشسانی فنر را بدست میاوریم و قابل ذکر است که چون ما بدنبال بیشترین مقدار خطای مطلق هستیم در قسمت۴ محاسبه بالا علامت منفی را به علامت مثبت تبدیل میکنیم.حال خطای مطلق را از لحاظ عددی محاسبه میکنیم.

$$\Delta k=K\left(\frac{\Delta f}{F}+\frac{\Delta x}{X}\right)\Rightarrow \Delta k=۴/۵\times(۲/۵\times ۱۰^{-۴}+۱/۱\times ۱۰^{-۲})=۵/۰\times ۱۰^{-۲}\frac{N}{m}$$

ما مقدار میانگین k برای فنر با قطر بزرگتر را $۴/۵\frac{N}{m}$ بدست اوردیم و با توجه به مقدار خطای مطلق K داریم:

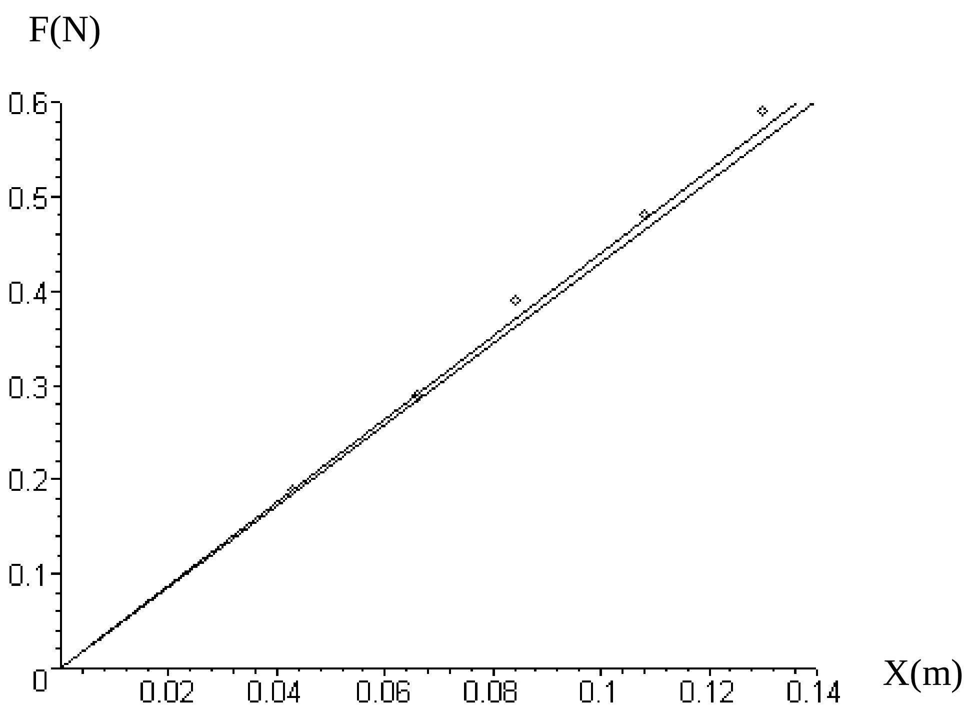
(۲-۳) $\overline{K}-\Delta k<K<\overline{K}+\Delta k$ یعنی مقدار ثابت کشسانی فنر بین دو مقدار،میانگین ثابت کشسانی فنر به علاوه خطای مطلق ان و میانگین ثابت کشسانی فنر منهای خطای مطلق ان است. در واقع قدر مطلق اختلاف مقدار حقیقی k و میانگین k یعنی $\overline{K}$(که از میانگین گیری مقادیر بدست امده برای k از ازمایش بدست امد) برابراست با خطای مطلق ثابت کشسانی فنر یعنی:(۲-۴) $|K-\overline{K}|<\Delta k$.حال در معادله۲-۲ عدد گذاری میکنیم و حدودمقدار حقیقی K

را بدست میاوریم (۵-۲) $۴/۳۵۰<K<۴/۴۵۰$که باید توجه داشت دقت حاصل جمع چند کمیت برابر با عددی از ان کمیتهای جمع شده که کمترین رقم بعد از اعشار را دارد را دارد پس داریم: (۶-۲) $۴/۳< K<۴/۴$.
حال نمودار $F=\overline{K}X$ را رسم میکنیم . توجه داشته باشید که محور افقی مربوط به تغییر طول است که واحد ان بر روی محور افقی متر است و همچنین محور عمودی مربوط به نبرو با واحد نیوتن است.



نمودار(۱-۲)

همان طور که مشاهده میکنیدشیب خط رسم شده برابر با $\frac{F}{X}$ یا همان ثابت کشسانی میانگین است و نقاط منفردی که میبینید زوج مرتبهای {(نیرو،تغییر طول)} هستند که از ازمایش و اندازه گیری بدست امده اند که انحراف بعضی از انها ناشی از خطا میباشد که منابع خطا ممکن است خود ازمایشگر یا فنر مورد ازمایش یا دقت اندازه گیری ترازو یا خط کش مورد استفاده،یا مجموع این خطاها باشد. مشاهده میشود که شیب خط وصل کننده هر دویا چند نقطه تقریبا با شیب خط برابر است و در نقاطی که شیب خط واصل با مقدار $\overline{K}$ برابر نیست ناشی از خطا است.
مساحت زیر نمودار نیز برابر با نصف حاصلضرب نیرو در تغییر طول یا همان جابجایی فنر است که برابر با کار انجام شده روی فنر میباشد که انرژی لازم برای انجام این کار در فنر ذخیره میشود پس مساحت زیر نمودار برابر با انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر است حال مساحت زیر نمودار را بدست میاوریم:
(۷-۲) $S=\frac{۱}{۲}FX$ توجه کنید که شکل نمودار شکل یک مثلث است که قاعده ان را تغییر طول فنر و ارتفاع ان را نیروی وارد بر فنر گرفتیم. حال به جای نیرو معادل ان یعنی رابطه۷-۱ را میگذاریم و مساحت زیر نمودار برابر میشود با (۸-۲) $S=\frac{۱}{۲}KX^{۲}$ که همانطور که گفته شد این مسا حت برابر با انرژی ذخیره شده در فنر است.



نمودار(۲-۲)

در نمودار۲-۲ خطوط با شیب ۴/۳ و ۴/۴ را مشاهده میکنید که شیب این خطوط برابر با بیشترین و کمترین مقدار K است (رابطه۶-۲ را نگاه کنید).

خطی که پایین تر است شیب۴/۳ و خط بالاتر شیب۴/۴ دارد. نقاطی که مشاهده میکنید همان نقاط معرفی شده در نمودار۱-۲ است

حال به سراغ مقادیر اندازه گیری شده برای فنر با قطر کوچکتر میرویم پس داریم:

	جرم m (Kg)	تغییر طول X (m)	خطای مطلق تغییر طول Δx (m)	نیرو F=mg (N)	خطای مطلق نیرو (N)
۱	$۲/۰۰۲ \times ۱۰^{-۲}$	$۴/۴ \times ۱۰^{-۲}$	۰/۰۰۱	$۲/۰ \times ۱۰^{-۱}$	$۹/۸ \times ۱۰^{-۵}$
۲	$۳/۰۰۶ \times ۱۰^{-۲}$	$۶/۷ \times ۱۰^{-۲}$	۰/۰۰۱	$۲/۹ \times ۱۰^{-۱}$	$۹/۸ \times ۱۰^{-۵}$
۳	$۳/۹۷۹ \times ۱۰^{-۲}$	$۸/۸ \times ۱۰^{-۲}$	۰/۰۰۱	$۳/۹ \times ۱۰^{-۱}$	$۹/۸ \times ۱۰^{-۵}$
۴	$۵/۰۰۳ \times ۱۰^{-۲}$	$۱۱/۱ \times ۱۰^{-۲}$	۰/۰۰۱	$۴/۹ \times ۱۰^{-۱}$	$۹/۸ \times ۱۰^{-۵}$
۵	$۵/۹۸۳ \times ۱۰^{-۲}$	$۱۳/۲ \times ۱۰^{-۲}$	۰/۰۰۱	$۵/۹ \times ۱۰^{-۱}$	$۹/۸ \times ۱۰^{-۵}$

جدول(۲-۲)

۱.در جدول۲-۲ مقدار g برابر با $۹/۸ \frac{m}{s^۲}$ است

۲. در جدول ۲-۲خطای مطلق تغییر طول برابر با دقت اندازه گیری خط کش و برابر با ۰/۰۰۱ متر است.

۳. در جدول۲-۲ مقدار نیروی وارد بر فنر برابر است با mg یا همان رابطه ۱-۲.

۴. در جدول۲-۲خطای مطلق نیرو برابر است با دقت ترازوی به کار برده شده برای وزن کردن وزنه ها ضربدر مقدار g .

حال ثابت کشسانی فنر را از معدله۷-۱ برای هر حالت بدست میاوریم:

برای حالت ۱ $\Rightarrow K=\frac{F}{X}\Rightarrow \frac{۲/۰\times ۱۰^{-۱}N}{۴/۴\times ۱۰^{-۲}m}=۴/۵\frac{N}{m}$

برای حالت ۲ $\Rightarrow K=\frac{F}{X}\Rightarrow \frac{۲/۹\times ۱۰^{-۱}N}{۶/۷\times ۱۰^{-۲}m}=۴/۳\frac{N}{m}$

برای حالت ۳ $\Rightarrow K=\frac{F}{X}\Rightarrow \frac{۳/۹\times ۱۰^{-۱}N}{۸/۸\times ۱۰^{-۲}m}=۴/۴\frac{N}{m}$

$$\Rightarrow K=\frac{F}{X}\Rightarrow \frac{۴/۹\times ۱۰^{-۱}N}{۱/۱۱\times ۱۰^{-۱}m}=۴/۴\frac{N}{m}$$

برای حالت ۵ $\Rightarrow K=\frac{F}{X}\Rightarrow \frac{۵/۹\times ۱۰^{-۱}N}{۱/۳۲\times ۱۰^{-۱}m}=۴/۵\frac{N}{m}$

حال میانگین K را بدست می اوریم:

$$\overline{K}=\frac{K_۱+K_۲+K_۳+K_۴+K_۵}{۵}=\frac{۲۲/۱}{۵}=۴/۴\frac{N}{m}$$

سپس میانگین نیروی وارد بر فنر را بدست می اوریم:

$$\overline{F}=\frac{F_۱+F_۲+F_۳+F_۴+F_۵}{۵}=\frac{۱۹/۶\times ۱۰^{-۱}N}{۵}=۳/۹\times ۱۰^{-۱}N$$

و اینک میانگین تغییر طول فنر را بدست میاوریم:

$$\overline{X}=\frac{X_۱+X_۲+X_۳+X_۴+X_۵}{۵}=\frac{۴۴/۲\times ۱۰^{-۲}}{۵}=۸/۸\times ۱۰^{-۲}m$$

اکنون با استفاده از مقادیر میانگینی که برای F، X وKبدست اوردیم و مقادیر خطاهای مطلق تغییر طول و نیرو، خطا های نسبی نیرو و تغییر طول را بدست اورده از انجا خطای مطلق ثابت کشسانی فنر را بدست می اوریم پس داریم:

خطای نسبی نیرو برابر است با

$$\frac{\Delta f}{F}=\frac{۹/۸\times ۱۰^{-۵}N}{۳/۹\times ۱۰^{-۱}N}=۲/۵\times ۱۰^{-۴}$$

خطای نسبی تغییر طول برابر است با

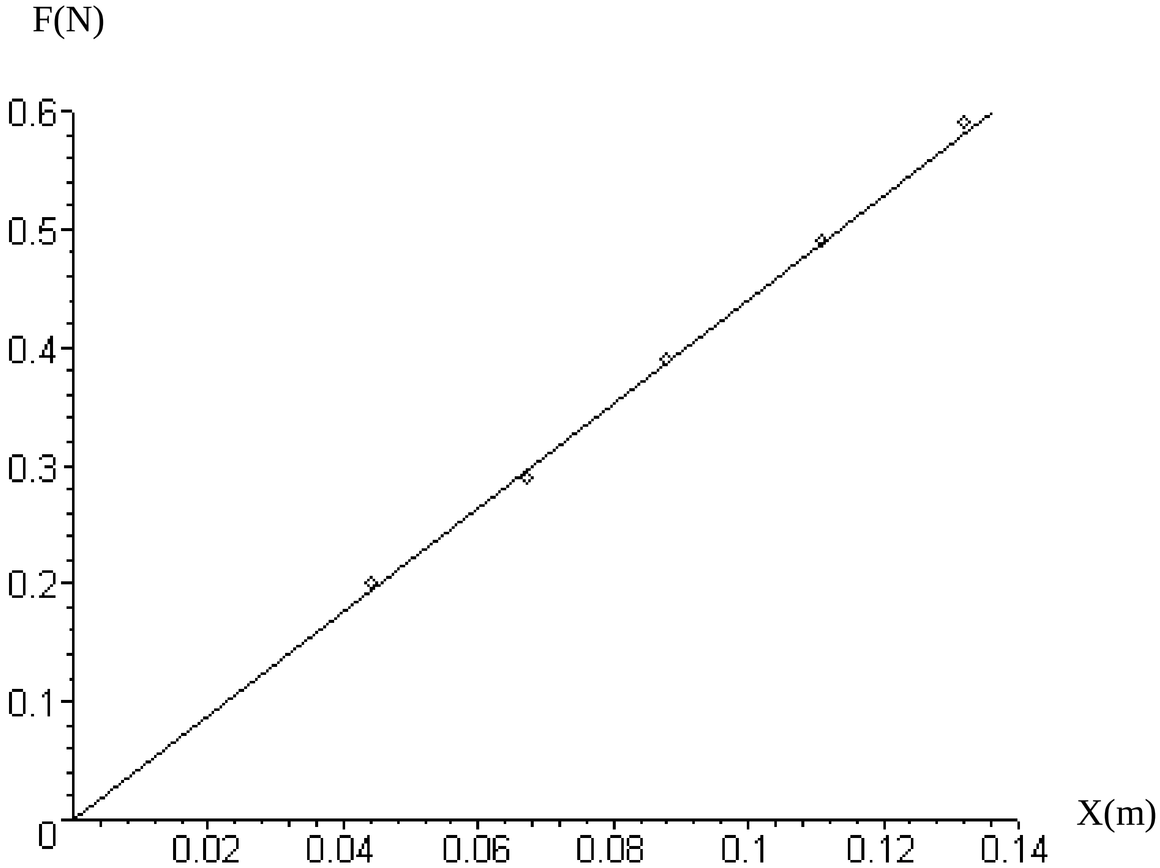
$$\frac{\Delta x}{X}=\frac{۱۰^{-۳}m}{۸/۸\times ۱۰^{-۲}m}=۱/۱\times ۱۰^{-۲}$$

با استفاده از رابطه۲-۲ خطای مطلق ثابت کشسانی فنر را بدست میاوریم:

$$\Delta k=K\left(\frac{\Delta f}{F}+\frac{\Delta x}{X}\right)\Rightarrow \Delta k=۴/۴\times(۲/۵\times ۱۰^{-۴}+۱/۱\times ۱۰^{-۲})=۴/۸\times ۱۰^{-۲}\frac{N}{m}$$

اینک با استفاده از رابطه۳-۲ و همانند کاری که برای فنر با قطر بزرگتر انجام دادیم حدود حقیقی ثابت کشسانی فنر را بدست میاوریم (۹-۲) $۴/۳<K<۴/۴$.

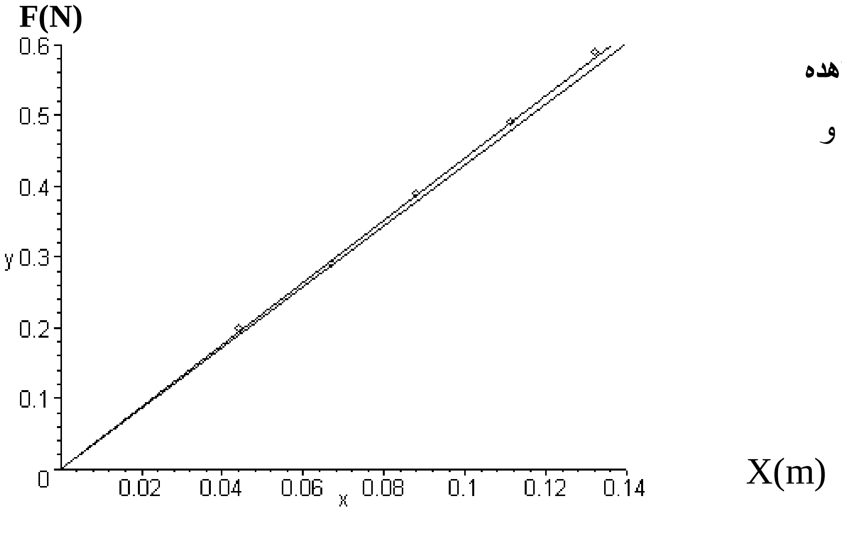
حال نمودار $F=\bar{K}X$ را رسم میکنیم . توجه داشته باشید که محور افقی مربوط به تغییر طول فنر است که واحد ان بر روی محور افقی متر است و همچنین محور عمودی مربوط به نیروی وارد شده به فنر با واحد نیوتن است.



نمودار(۳-۲)

همانند گفته های مطرح شده برای فنر با قطر بزرگترشیب خط رسم شده برابر با $\frac{F}{X}$ یا همان ثابت کشسانی میانگین است و نقاط منفردی که میبینید زوج مرتبهای{(نیرو،تغییر طول)} هستند که از ازمایش و اندازه گیری بدست امده اند که انحراف بعضی از انها ناشی از خطا میباشد که منابع خطا ممکن است خود ازمایشگر یا فنر مورد ازمایش یا دقت اندازه گیری خطکش یا ترازوی مورد استفاده در ازمایش،یا مجموع این خطاها باشد و مشاهده میشود که شیب خط وصل کننده هر دویا چند نقطه تقریبا با شیب خط برابر است.

همانند گفته هایی که برای مساحت زیر نمودار فنر با قطر بزرگتر گفتیم مساحت زیر این نمودار نیز منجر به معادلات۷-۲ و۸-۲ میشود که همان طور که گفته شد برابر با انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر است.



در نمودار روبرو خطوط با شیب۴/۳ و۴/۴ را مشاهده میکنید که شیب این خطوط برابر با بیشترین و کمترین مقدار K است(رابطه۹-۲را ببینید).
خط پایینی شیب۴/۳ و خط بالایی شیب۴/۴ دارد .
نقاط منفرد همان نقاط نمودار۳-۲ هستند.

نمودار(۴-۲)

بررسی قوانین دینامیک

قوانین نیوتن(بخش۱)

ابتدا به معرفی قانون های سه گانه دینامیک که به قانون های نیتون مشهورند می پردازیم.
قانون اول:اگر برایند نیروهای وارد بر جسمی صفر باشد ، شتاب حرکت جسم صفر است یعنی سرعت حرکت جسم ثابت میباشد.به عبارت دیگر اگر جسم در حال سکون باشد همچنان ساکن باقی می ماند و اگر در حال حرکت باشد به حرکت خود با همان سرعت در همان جهت یعنی حرکت بر روی خط راست ادامه میدهد.
قانون دوم:اگر برایند نیروهای وارد بر جسمی به جرم m صفر نباشد بر ان جسم شتابی مخالف صفر در همان جهت نیروی برایند وارد میشود به عبارت ریاضی داریم: (۱-۱) $\sum \vec{F} = m\vec{a}$. که در ان m جرم جسم و a شتاب وارد بر جسم و $\sum \vec{F}$ نیروی برایند وارد بر جسم است.
قانون سوم:اگر جسم a به جسم b نیروی F_a وارد کند ، جسم b نیز نیرویی به اندازه نیروی F_b به a وارد میکند بطوریکه اندازه F_a با F_b برابراست و زاویه بین انها۱۸۰ درجه است یعنی (۲-۱) $F_a = -F_b$. به این دو نیرو نیروهای کنش و واکنش میگویند.توجه کنید که نیروهای کنش و واکنش با یکدیگر خنثی نمیشوند چون بر دو جسم جداگانه وارد میشوند.

ماشین آتوود(بخش۲)

ما در اینجا به آزمایشی دست میزنیم تا درستی قانون های اول و دوم را بررسی کنیم. برای این کار نیاز به دستگاهی داریم که ماشین آتوود نامیده میشود.این دستگاه شامل بدنه بلندی است که بر روی ان نشانه گذاری شده است و فاصله هر دو نشانه از هم ۵سانتیمتر است که این مقدار فاصله ممکن است از دستگاهی تا دستگاه دیگر متغیر باشد. در بالای ماشین اتوود یک عدد قرقره قرار دارد که از ان یک نخ با جرم ناچیز رد میشود و به دو سر این نخ دو عدد کفه متصل است که میتوان بر روی کفه ها وزنه قرار داد. بر روی بدنه ان دو عدد سنسور مادون قرمز وجود دارد که قابل حرکت دادن هستند. این دو سنسور به زمانسنج دیجیتالی وصل هستند.بالای این دستگاه یک مدار است که اگر بسته باشد میتوان زمان سنج را صفر کرد. برای بستن مدار کافیست دسته کفه را که از جنس رساناست را بوسیله پیچی به سر دیگر مدار وصل کنیم. اگر فقط یک سنسور به زمان سنج وصل باشد با رها شدن کفه ودر نتیجه قطع شدن این مدار زمان سنج شروع به کار میکند و هنگامیکه کفه از درون سنسور رد شد زمان سنج متوقف میشود. اما اگر دو سنسور به زمانسنج متصل بود با قطع شدن این مدار زمان سنج شروع به کار نمیکند بلکه هنگامی زمانسنج فعال میشود که کفه از درون سنسور اول بگذرد و هنگامی زمانسنج متوقف میشود که کفه از سنسور دوم بگذرد. توجه کنید که هنگامیکه یک کفه پایین میرود کفه دوم بالا می اید ولی کفه دوم از درون سنسور نمیگذرد.
اکنون پس از شرح دستگاه آتوود میخواهیم قانون اول نیتون را بررسی کنیم.

تحقیق درستی قانون اول نیتون(بخش۳)

ابتدا دو سنسور را به دستگاه وصل میکنیم و فاصله انها از هم را برابر با x قرار میدهیم. با دسته کفه ی اول مدار را می بندیم و به کفه اول یک سربار که قطر ان از قطر سنسور مادون قرمز بزرگتر است ، اضافه میکنیم .هنگامیکه با قطع کردن مدار،کفه اول به همراه سربار مسافتی را تا رسیدن به سنسور اول طی میکند از انجاییکه نیرویی خالص برابر با وزن سربار به کفه اول(و کفه دوم) وارد میشود طبق قانون دوم نیوتن کفه اول دارای شتاب میشود و هنگامیکه به سنسور اول میرسد دارای سرعتی میشود. هنگامیکه کفه از سنسور اول عبور میکند چون قطر سربار از قطر سنسور بیشتر است ، به سنسوراول گیرمیکند. وقتی که کفه اول از سنسوراول عبور میکند، سربار بر روی کفه اول قرار ندارد و جرم کفه دوم که در حین پایین امدن کفه اول ، بالا می اید برابر با کفه اول است. بنابراین هنگامیکه کفه اول از سنسور اول رد میشود و زمانسنج شروع به کار میکند ، دیگر هیچ نیروی خالصی به کفه اول (و کفه دوم) وارد نمی اید. توجه کنید که نیروی وزن وارد بر کفه اول و دوم با نیروی کشش نخ خنثی میشود.کفه اول بعد از طی فاصله x بین دو سنسور به سنسور دوم میرسد و زمانسنج متوقف میشود. حال با داشتن زمان و فاصله طی شده سرعت متوسط کفه را از رابطه (۱-۳) $v = \frac{x}{t}$ بدست می اوریم.

با ثابت نگه داشتن سنسور اول مکام سنسور دوم را تغییر میدهیم و آزمایش را برای چند فاصله دیگر انجام میدهیم و در هر مورد سرعت متوسط کفه را بدست می اوریم . با مقایسه سرعت های متوسط بدست امده از هر آزمایش متوجه میشویم که این سرعتها با هم برابرند و به درستی قانون اول نیوتن پی میبریم.

توجه کنید که دلیل اینکه سنسور اول را ثابت نگه داشتیم و برای تغییر فاصله بین دو سنسور فقط سنسور دوم را جابجا کردیم این است که سرعت کفه هنگام رسیدن به سنسور اول برای تمام آزمایشها یکسان باشد.

برای محاسبه میانگین خطای مطلق از رابطه ۱-۳ لگاریتم طبیعی گرفته سپس از ان مشتق میگیریم و برای بدست اوردن حداکثر خطا تمام منفی ها را به مثبت تبدیل میکنیم. پس داریم : (۲-۳) $\Delta v_m = v_m(\frac{\Delta x_m}{x_m} + \frac{\Delta t_m}{t_m})$

تحقیق درستی قانون دوم نیتون(بخش۴)

برای تحقیق درستی قانون دوم نیتون ابتدا یکی از سنسورها را بر میداریم و فاصله سنسور باقی مانده را از مدار برابر با x قرار میدهیم و روی کفه اول وزنه ای با جرم m قرار میدهیم بطوریکه قطر ان از قطر سنسور مادون قرمز کوچکتر باشد سپس بوسیله دسته کفه اول مدار را میبندیم.با کشیدن پیچی کفه اول را ازاد میکنیم که در این هنگام کفه اول رها شده ، بسوی پایین حرکت میکند و زمانسنج شروع بکار میکند. هنگامیکه کفه اول فاصله x را طی کرد و از سنسور گذشت زمانسنج متوقف میشود.

به کفه اول نیرویی خالص برابر نیروی وزن جرم قرار داه شده بر روی ان وارد میشود.بنابراین طبق قانون دوم نیوتن کفه دارای شتاب میشود.اکنون ما فاصله پیموده شده توسط کفه و زمان انجام ان را در اختیار داریم.کافیست داده ها را در فرمول حرکت شتابدار قرار دهیم تا شتاب حرکت بدست اید.فقط توجه کنید که سرعت اولیه صفر است.

بنابراین شتاب حرکت را از رابطه (۱-۴) $a=\frac{2x}{t^2}$ بدست می اوریم.

شتاب کفه بوسیله روابط دینامیکی از رابطه (۲-۴) $a=\frac{mg}{M+m}$ بدست می اید که در ان m جرم وزنه ای است که روی کفه قرار میدهیم ،وM مجموع جرم دو کفه است.اکنون که شتاب تجربی (رابطه ۱-۴) و شتاب نظری(رابطه۲-۴) را داریم درصد خطای شتاب را از رابطه (۳-۴) ۱۰۰×(شتاب تجربی /|شتاب نظری - شتاب تجربی|)=درصد خطا بدست می اوریم.

همین ازمایش را با همین وزنه ای که بر روی کفه قرار دادیم با فاصله ی دیگری غیر از x انجام میدهیم و باز شتاب حرکت را بدست می اویریم. چون نیروی خالص وارد بر کفه تغییر نکرده شتاب حرکت در ازمایش دوم باید با ازمایش اول برابرباشد که به این وسیله درستی قانون دوم نیوتن اثبات میشود.میتوانیم این ازمایش را با وزنه های دیگری نیز انجام دهیم.

برای تعیین میانگین خطای مطلق شتاب از رابطه۱-۴ لگاریتم طبیعی گرفته و سپس از ان مشتق میگیریم و تمامی علامت های منفی را به مثبت تبدیل میکنیم. بنابراین داریم : (۲-۴) $\Delta a_m = a_m \times (\frac{\Delta x_m}{x_m} + \frac{2\Delta t_m}{t_m})$.

آزمایش(بخش۵)

لوازم مورد نیاز: ماشین آتوود، زمانسنج،سنسور مادون قرمز،سربار و وزنه

با توجه به توضیحات بخش۳ فاصله دو سنسور ازهم را برابر با جدول۱-۵ میگیریم.نتایج آزمایش بشرح جدول زیراست

شماره آزمایش	x (m)	t_1 (s)	t_2 (s)	t_m (s)	$v\ (\frac{m}{s})$	$\Delta v_m\ (\frac{m}{s})$
۱	۰/۳۵	۰/۵۲۸	۰/۵۱۴	۰/۵۲۱	۰/۶۷۲	۳×۱۰^{-۳}
۲	۰/۵۵	۰/۸۶۰	۰/۸۶۰	۰/۸۶۰	۰/۶۴۰	
۳	۰/۶۵	۱/۰۱۹	۱/۰۱۷	۱/۰۱۸	۰/۶۳۹	
میانگین	۰/۵۲	جدول۱-۵		۰/۸۰۰	۰/۶۵۰	

در جدول بالا Δx برای تمام آزمایشها 10^{-5} متر و در نتیجه Δx_m برابر با 10^{-5} است.

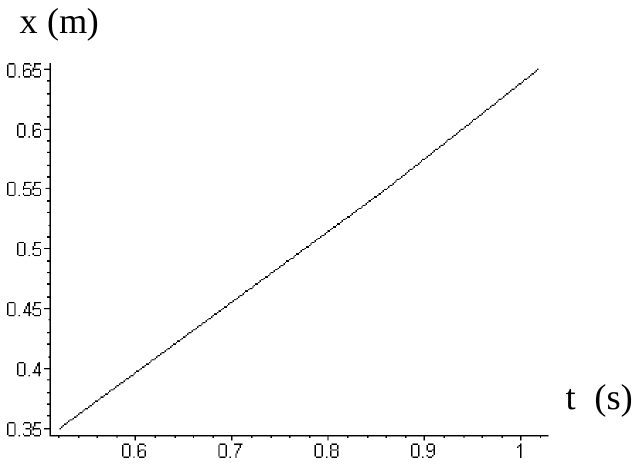
میانگین خطای مطلق زمان مطابق جدول صفحه بعد است.در جدول ۲-۵ برای آزمایشهای شماره ۱ تا ۳ جدول ۱-۵ خطای مطلق را برای t_1 و t_2 حساب کردیم و در اخر میانگین گرفتیم.

شماره آزمایش	t (s)		t_m (s)	Δt (s)	Δt_m (s)
۱	t_1	۰/۵۲۸	۰/۵۲۱	7×10^{-3}	$2/7\times10^{-3}$
	t_2	۰/۵۱۴		7×10^{-3}	
۲	t_1	/۸۶۰	۰/۸۶۰	۰	
	t_2	۰/۸۶۰		۰	
۳	t_1	۱/۰۱۹	۰/۰۱۸	10^{-3}	
	t_2	۱/۰۱۷		10^{-3}	

جدول۲-۵

همان طور که میبینید سرعت جسم در ازمایشهای شماره ۱ تا ۳ به هم نزدیک است و به درستی قانون دوم نیتون پی میبریم. اختلاف اندازه سرعت جسم در سه ازمایش بالا به علت وجود خطا میباشد که منابع خطا میتواند مقاومت هوا و اصطکاک نخ با قرقره و وجود خطا در دستگاه باشد.

نمودار ۱-۵ نمودار مکان-زمان برای آزمایش جدول ۱-۵ است.داده های لازم برای رسم از جدول۱-۵ گرفته شده است.



نمودار ۱-۵

با توجه به توضیحات بخش ۴ داده های لازم برای انجام آزمایش و همچنین نتایج آزمایش بشرح جدول ۳-۵ است.

شماره آزمایش	نیروی خالص(N)	x (m)	$t_۱$ (s)	$t_۲$ (s)	t_m (s)	a $\frac{m}{s^۲}$	Δa $\frac{m}{s^۲}$	Δa_m $\frac{m}{s^۲}$	a_m $m/s^۲$
۱	۰/۰۴۸۴	۰/۴۰۰	۱/۰۶۲	۱/۰۶۸	۱/۰۶۵	۰/۷۰۵	۶×۱۰^{-۴}	۵×۱۰^{-۴}	۰/۷۰۸
		۱/۰۰۰	۱/۶۷۶	۱/۶۷۵	۱/۶۷۶	۰/۷۱۲	۴×۱۰^{-۴}		
۲	۰/۱۴۵	۰/۴۰۰	۰/۶۳۳	۰/۶۲۸	۰/۶۳۰	۲/۰۲	۴×۱۰^{-۳}	۳×۱۰^{-۳}	۲/۰۰
		۱/۰۰۰	۱/۰۰۸	۱/۰۰۷	۱/۰۰۸	۱/۹۷	۲×۱۰^{-۳}		
۳	۰/۲۴۲	۰/۴۰۰	۰/۵۱۰	۰/۵۰۴	۰/۵۰۷	۳/۱۱	۶×۱۰^{-۳}	۵×۱۰^{-۳}	۳/۰۲
		۱/۰۰۰	۰/۸۱۸	۰/۸۳۳	۰/۸۲۶	۲/۹۳	۳×۱۰^{-۳}		

جدول۳-۵

در جدول ۳-۵ Δx برای تمام آزمایشها $۱۰^{-۵}$ متر و در نتیجه Δx_m برابر با $۱۰^{-۵}$ است. همچنین برای تمام آزمایشها نیز Δt برابر با ۰/۰۰۱ ثانیه و در نتیجه Δt_m برابر با ۰/۰۰۱ ثانیه است.

همان طور که میبینید در آزمایشهای شماره ۱ تا ۳ شتاب بدست امده برای جسم در هر آزمایش برای جابجایی های ۴۰ سانتیمتر و ۱۰۰ سانتیمتر تقریبا با هم برابرند و اختلاف کم انها به علت وجود خطا میباشد که منابع خطا میتواند مقاومت هوا و وجود اصطکاک بین نخ و قرقره و خطا در دستگاه باشد.

اکنون درصد خطای شتاب واندازه شتاب نظری و شتاب تجربی برای هر آزمایش را در جدول ۴-۵ نمایش میدهیم.

شماره آزمایش	جرم m (kg)	جرم M (kg)	شتاب نظری $(\frac{m}{s^{۲}})$	شتاب تجربی $(\frac{m}{s^{۲}})$	درصد خطا (%)
۱	$۴/۹۴\times ۱۰^{-۳}$	$۴/۸۲\times ۱۰^{-۲}$	$۹/۱۱\times ۱۰^{-۱}$	$۷/۰۸\times ۱۰^{-۱}$	۲۸/۷
۲	$۱/۴۸\times ۱۰^{-۲}$	$۴/۸۲\times ۱۰^{-۲}$	۲/۳۰	۲/۰۰	۱۵
۳	$۲/۴۷\times ۱۰^{-۲}$	$۴/۸۲\times ۱۰^{-۲}$	۳/۳۲	۳/۰۲	۹/۹

جدول ۴ـ۵

برای توضیح نیروی اصطکاک ابتدا لازم است که با قوانین نیوتن اشنا شویم تا بهتر بتوانیم نیروی اصطکاک را بشناسیم.

قوانین نیتون (بخش۱)

۱.طبق قانون اول نیوتن اگر برایند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد ، شتاب جسم برابر صفر است. یعنی اگر جسم در یک چارچوب لخت قرار داشته باشد ، هنگامیکه جسم ساکن است به همین حالت باقی میماند و اگر جسم با سرعت ثابت در حال حرکت باشد با همین سرعت ثابت به حرکت خود بر مسیری مستقیم ادامه میدهد.

۲.طبق قانون دوم نیوتن اگر برایند نیروهای وارد بر جسم صفر نباشد بر جسم نیرویی خالص وارد میشود که به جسم شتابی در جهت نیروی برایند میدهد.بصورت ریاضی داریم : $\sum\vec{F}=m\times\vec{a}$ (۱-۱) که در ان $\sum\vec{F}$ برایند نیروهای وارد بر جسم و a شتاب حاصل از برایند نیروهای وارد بر جسم و m جرم جسم است.

۳.طبق قانون سوم نیتون اگر جسم a به جسم b نیرویی وارد کند، جسم b نیز همان مقدار نیرو را به جسم a وارد میکند.توجه شود که مقدار این دو نیرو برابر ولی در جهت عکس هم میباشد، و این دو نیرو بر دو جسم جداگانه a و b وارد میشود نه بر یک جسم. به عبارت دیگر نیروی کنش و نیروی واکنش همدیگر را خنثی نمیکنند.

اصطکاک (بخش۲)

اگر جسمی را روی سطحی پرتاب کنیم پس از مدتی از حرکت میایستد پس نتیجه میگیریم که برایند نیروهای وارد بر جسم صفر نیست و طبق قانون دوم نیوتن باید نیرویی به ان وارد شود و در ان شتابی منفی ایجاد کرده و سبب ایستادن جسم شود. ما به این نیرویی که مخالف حرکت جسم است و در برخی حالات باعت توقف جسم میشود نیروی اصطکاک میگوییم.

اگر جسمی را که روی سطح افقی قرار دارد را با دست به ارامی هل دهیم و در واقع به ان نیرو وارد کنیم ابتدا میبینیم که جسم حرکت نمیکند.بنابراین طبق قانون اول برایند نیروهای وارد بر جسم بر روی محورهای افقی و عمودی باید صفر شود. ما فقط برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای محور افقی را بررسی میکنیم چون در طول ازمایش برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای عمودی برابر صفر است.

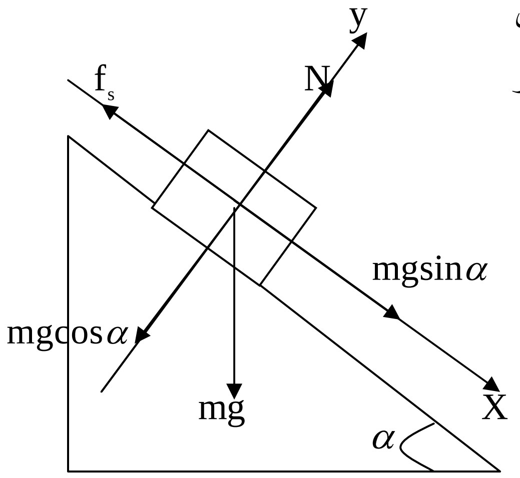
همان طور که گفته شد برایند نیروهای وارد بر جسم در راستای افقی باید صفر باشد. در این راستا ما نیروی افقی $F_۱$ را به جسم وارد میکنیم ولی جسم حرکت نمیکند پس طبق قانون اول برایند نیروهای وارد بر جسم صفر است و از انجا که نیرویی که ما به جسم وارد میکنیم دارای مولفه عمودی نیست و فقط مولفه افقی دارد بنابراین باید نیرویی هم اندازه $F_۱$ ولی در خلاف جهت ان به جسم وارد شود این نیرو را اصطکاک ایستایی مینامیم و ان را با $f_۱$ نشان میدهیم.

اکنون اگر مقدار نیروی وارد بر جسم را کمی بیشترمیکنیم بطوریکه جسم همچنان ساکن باشد.میبینیم که با افزایش نیرو به $F_۲$ جسم همچنان ساکن است پس باز هم طبق قانون دوم نیوتن باید نیرویی در خلاف جهت نیروی $F_۲$ به جسم وارد شود این نیرو همان اصطکاک ایستایی است که ان را با $f_۲$ نشان میدهیم. نتیجه میگیریم که با افزایش نیروی وارد بر جسم نیروی اصطکاک نیز افزایش می یابد.

اکنون مقدار نیروی وارد بر جسم را زیادتر میکنیم بطوریکه جسم در استانه حرکت قرار گیرد . اگر پس از این حالت مقدار نیرو را کمی افزایش دهیم جسم حرکت خواهد کرد و دارای شتاب خواهد شد. نتیجه میگیریم که نیروی اصطکاک فقط میتواند تا حد خاصی افزایش یابد و پس از ان اگر مقدار نیروی وارد بر جسم را باز هم زیاد تر کنیم مقدار نیروی اصطکاک نمیتواند بیشتر شود در نتیجه نیروی خالصی به جسم وارد شده و جسم به حرکت در می اید.
به بیشترین مقدار نیروی اصطکاک نیروی اصطکاک ایستایی ماکزیمم میگویند و ان را با $f_{s\,max}$ نشان میدهیم.

هنگامیکه نیروی وارد شده به جسم از طرف ما با $f_{s\,max}$ برابر باشد،اگر کمی مقدار نیرو را زیاد کنیم جسم حرکت خواهد کرد و اگربخواهیم ان را با سرعت ثابت به حرکت دراوریم متوجه میشویم که به مقدار نیروی کمتری، نسبت به نیروی لازم برای از جا کندن جسم ، نیاز داریم.در نتیجه طبق قانون اول چون سرعت جسم ثابت است پس باید نیرویی در خلاف جهت نیروی ما به جسم وارد شود تا برایند نیروهای وارد بر ان صفر شده و سرعت جسم ثابت شود. ما این نیرو را اصطکاک جنبشی مینامیم که از مقدار اصطکاک ایستایی ماکزیمم کمتر است. نیروی اصطکاک جنبشی را با نماد f_k نشان میدهیم.

اصطکاک بین دو جسم به جنس سطح تماس دو جسم و نیروی عمودی سطح بر جسم بستگی دارد.
اگر سرعت جسم نه خیلی زیاد و نه خیلی کم باشد، ازمایشات نشان میدهد که مقدار نیروی اصطکاک ایستایی ماکزیمم و نیروی اصطکاک جنبشی با نیروی عمودی وارد بر جسم از طرف سطح متناسب است یعنی داریم :
(۲-۱) $f_{s\,max}\,\alpha\,N$ و (۲-۲) $f_k\,\alpha\,N$. برای تبدیل این تناسب به تساوی ضریب اصطکاک ایستایی ماکزیمم و ضریب اصطکاک جنبشی را تعریف میکنیم که برابر است با (۲-۳) $\frac{f_{s\,max}}{N}=\mu_s$ و (۲-۴) $\frac{f_k}{N}=\mu_k$ که با ضرب رابطه های ۲-۱ و ۲-۲ در این ضریبها داریم : (۲-۵) $f_{s\,max}=N\times\mu_s$ و (۲-۶) $f_k=N\times\mu_k$.
بنابراین اندازه نیروی اصطکاک ایستایی ماکزیمم برابر با رابطه ۵-۲ و اندازه نیروی اصطکاک جنبشی برابر با رابطه ۶-۲ است.
اکنون باید به وسیله ای ضریب اصطکاک ایستایی ماکزیمم و جنبشی را بدست بیاوریم.
در شکل ۱-۱ فرض میکنم که جسم ساکن است.طبق قانون اول نیتون برایند نیروهای وارد بر جسم باید صفر باشد. بر جسم ۳نیروی وزن و اصطکاک و نیروی عمودی سطح وارد میشود.
دستگاه مختصاتی در نظرمیگیریم که یکی از محورهای ان موازی سطح شیبدار باشد ،این محور را محور xها میگیریم به این ترتیب محور دیگر عمود بر سطح شیبدار است، این محور را محور yها میگیریم. برای محور xها جهت پیکان را مثبت و برای محور Yها نیز جهت پیکان را مثبت میگیریم.



شکل۱-۲

زاویه ای که نیروی وزن با محور xها میسازد با زاویه ای که سطح شیبدار با افق میسازد یکی است.

نیروی وزن را تجزیه میکنیم که بصورت (۲-۷) $F_{mg} = mg\sin\alpha\,\hat{i} - mg\cos\alpha\,\hat{j}$ در میاید. مولفه عمود بر سطح نیروی وزن ، نیرویی با اندازه $mg\cos\alpha$ به سطح وارد میکند و طبق قانون سوم نیتون سطح نیز همین مقدار نیرو را به جسم وارد میکند. از طرفی جسم در راستای محور y ها حرکتی ندارد پس طبق قانون اول نیتون باید برایند نیروهای وارد بر ان صفر باشد بنابر این معادله قانون دوم نیوتن را برای محور yها مینوسیم یعنی داریم :

(۲-۸) $N - mg\cos\alpha = ۰$ در نتیجه (۲-۹) $N = mg\cos\alpha$.

نتیجه میگیریم مقدار نیروی عمودی سطح برابر با اندازه مولفه عمود بر سطح نیروی وزن یعنی $mg\cos\alpha$ است. اندازه مولفه موازی سطح نیروی وزن برابر با $mg\sin\alpha$ است و از انجاییکه که جسم در راستای محور xها ساکن است پس باید نیرویی ، نیروی $mg\sin\alpha$ را خنثی کند.این نیرو را اصطکاک ایستایی مینامیم و ان را با f_s نشان میدهیم.

اکنون رابطه قانون دوم نیتون را در راستای محور xها مینویسیم پس داریم : (۲-۱۰) $mg\sin\alpha - f_s = ۰$ در نتیجه (۲-۱۱) $mg\sin\alpha = f_s$. گفتیم که نیروی اصطکاک با نیروی عمودی سطح متناسب است و در مورد نیروی اصطکاک ایستایی ماکزیمم، اگر این نیروی عمودی در ضریب مناسبی ضرب شود مقدار نیروی اصطکاک برابر با رابطه ۵-۲ میشود. از رابطه۹-۲ مقدار نیروی عمودی را در رابطه ۵-۲ قرار داده و در رابطه ۱۱-۲ بجای f_s قرار میدهیم. توجه شود که نیرویی که در رابطه۱۱-۲ بجای نیروی اصطکاک قرار میدهیم نیروی اصطکاک ایستایی ماکزیمم است. در نتیجه داریم (۲-۱۲) $mg\sin\alpha = \mu_s mg\cos\alpha$ که از انجا داریم (۲-۱۳) $\tan\alpha = \mu_s$ یعنی تانژانت زاویه ای که سطح شیبدار با افق میسازد و در ان زاویه جسم در استانه حرکت قرار دارد برابر با ضریب اصطکاک ایستایی ماکزیمم جسم با سطح شیبدار است. اگر برای جسم در حال حرکت با سرعت ثابت بر روی سطح شیبدار شکل۱-۲ رابطه قانون دوم نیوتن را بنویسیم به همان نتایجی میرسیم که برای μ_S رسیدیم. پس اگر در رابطه ۱۱-۲ بجای نیروی $f_{s\,max}$ نیروی اصطکاک جنبشی را قرار دهیم نتیجه میشود که تانژانت زاویه ای که سطح شیبدار با افق میسازد و در ان زاویه جسم در حال حرک با سرعت ثابت به پایین سطح شیبدار است برابر با ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح شیبدار است.

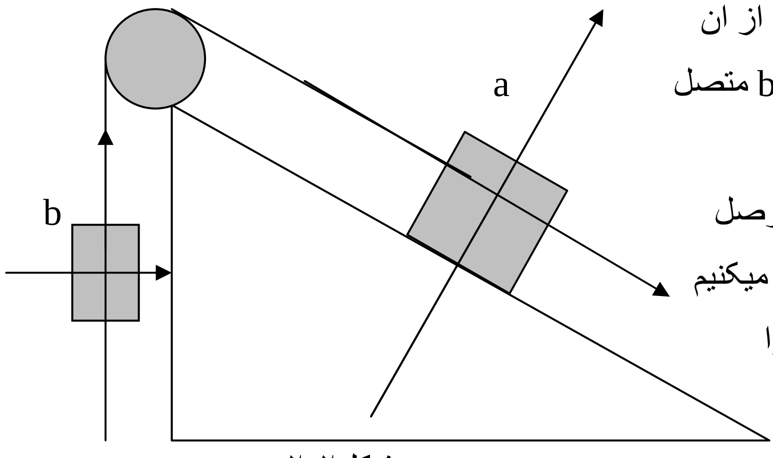
بنابراین برای تعیین ضریب اصطکاک $f_{s\,max}$ و f_k جسمی را روی یک سطح افقی قرار میدهیم و زاویه سطح را با افق بطور اهسته زیاد میکنیم در زاویه ای که جسم در استانه حرکت قرار دارد(یعنی اگر زاویه از ان حد بیشتر شود جسم حرکت خواهد کرد) زاویه را حساب کرده و تانژانت ان را حساب میکنیم که برابر با ضریب اصطکاک $f_{s\,max}$ میشود. از انجاییکه که f_k کمتر از $f_{s\,max}$ است بعد از تعیین زاویه ای که جسم در ان در استانه حرکت قرار دارد کمی از مقدار زاویه کم میکنیم و به سطح ضربه خفیفی وارد میکنیم اگر جسم با سرعت ثابت شروع به حرکت کرد تانژانت این زاویه برابر با ضریب اصطکاک f_k است اما اگر جسم حرکت نکرد مقدار کمی به زاویه اضافه میکنیم و دوباره ضربه خفیفی به سطح وارد میکنیم تا در نهایت جسم شروع به حرکت با سرعت ثابت کند. تانژانت

زاویه ای که بدست می اوریم برابر با ضریب اصطکاک جنبشی جسم با این سطح است.علت اینکه به سطح ضربه میزنیم این است که از انجاییکه $f_{s\,max}$ از f_k بیشتر است باید به جسم نیروی کوچکی وارد کنیم تا به نیروی اصطکاک ایستایی ماکزیمم غلبه کند و شروع به حرکت کند در این لحظه $f_{s\,max}$ به نیروی اصطکاک جنبشی کاهش پیدا میکند و جسم با سرعت ثابت شروع به حرکت میکند. توجه کنید که ممکن است در چندین زاویه نزدیک به هم با زدن ضربه به سطح جسم شروع به حرکت کند ولی ما دنبال حرکتی هستیم که با سرعت ثابت باشد و چون تشخیص ثابت بودن سرعت جسم بوسیله دیدن کمی مشکل است این کار را برای چند زاویه نزدیک نیز انجام میدهیم.به عنوان مثال اگر در زاویه β با زدن ضربه جسم شروع به حرکت کرد حتی اگر سرعت ان را ثابت تشخیص دادیم، مقدار زاویه را کمی کمتر میکنیم تا مثلا به زاویه θ برسیم و دوباره ضربه کوچکی به سطح میزنیم تا ببینیم که ایا جسم حرکت میکند یا نه.اگر جسم حرکت نکرد زاویه β را انتخاب میکنیم و اگر جسم حرکت کرد زاویه را باز هم کم میکنیم تا انجا که در یک زاویه مثلا ϕ جسم با زدن ضربه به سطح حرکت نکند در این صورت زاویه ما قبل ϕ که در ان جسم با زدن ضربه کوچکی به سطح حرکت میکرد را انتخاب میکنیم.

توجه کنید که ضربه وارد به سطح باید کوچک باشد و ضربه ای که به سطح وارد میکنیم در تمام زاویه ها تا جاییکه ممکن است از لحاظ اندازه یکی باشد.

توجه شود که ضریب اصطکاک ایستایی ماکزیمم و جنبشی یک جسم بر روی سطح های مختلف با یکدیگر برابر نیست.

راه دیگر برای تعیین ضریب اصطکاک بین جسم و سطح این است که مطابق شکل ۲-۲ عمل کنیم.



شکل۲-۲

در شکل مقابل جرم قرقره و اصطکاک ناشی از ان ناچیز است و جرم نخی که جسم a را به کفه b متصل میکند قابل نادیده گرفتن است.

در شکل مقابل جسم a بوسیله نخی به کفه b وصل شده است.برای a و b دستگاه مختصات رسم میکنیم بطوریکه جهت پیکان ، سوی مثبت دستگاه را نشان میدهد.

فرض کنید که a در ابتدا ساکن است. بنابراین به کفه انقدر وزنه اضافه میکنیم تا a شروع به حرکت کند.هدف ما تعیین مقدار جرمی است که اگر در کفه قرار دهیم a به ازای ان مقدار جرم جسم در آستانه حرکت به بالای سطح شیبدار خواهد بود..بعدها در محاسباتی که انجام خواهیم داد این مقدار جرم همراه با جرم کفه مورد نیاز ما واقع میشوند.

ما باید ان قدر به کفه وزنه اضافه و کم کنیم تا به ازای یک مقدار جرم مشخص، جسم در آستانه حرکت به بالای سطح شیبدار قرار گیرد..توجه کنید که ممکن است به ازای چند مقدار جرم ، جسم در آستانه حرکت قرار گیرد بنابراین با ازمون و خطا ان قدر وزنه کم و اضافه میکنیم تا دقیقترین مقدار جرم را بدست بیاوریم. بهتر است هنگامیکه حدود مقدار جرمی که به ازای ان جسم در آستانه حرکت است را بدست اوردیم ،کم کم و به ازای مقادیر کم ،به جرم کفه اضافه کنیم.توجه کنید که در پایان کار a نباید حرکت کند.

برای مثال فرض کنید که کوچکترین وزنه ای که در اختیار داریم ۰/۵ گرم است.در کفه وزنه ۲۰گرمی قرار دارد. اکنون وزنه ۵ گرمی را در کفه قرار میدهیم و مشاهده میکنیم که a شروع به حرکت میکند بنابراین وزنه ۵گرمی را برداشته و وزنه ۴ گرمی را درون کفه قرار میدهیم میبینیم که a باز شروع به حرکت میکند پس وزنه ۴ گرمی را برداشته و مثلا وزنه ۲ گرمی را میگذاریم میبینیم که a حرکت نمیکند پس یک وزنه به جرم ۱ گرم به کفه اضافه میکنیم.میبینیم که a حرکت نمیکند پس یک وزنه با جرم کمتر یعنی به جرم ۰.۵ گرم را به کفه اضافه میکنیم میبینیم که کفه حرکت میکند ولی از انجایی که وزنه کمتر از ۰.۵ گرم نداریم وزنه ۰.۵ گرمی را برداشته جرم کفه همراه جرم وزنه ها را حساب میکنیم.با این توضیحات بیشترین جرمی که در کفه میتوان قرار داد تا a در آستانه حرکت قرار گیرد برابر ۲۳گرم به علاوه جرم کفه است.

اگر بعد از اینکه وزنه ۱ گرمی را در کفه قرار دادیم ، دیدیم که a حرکت میکند باید وزنه ۱ گرمی را برمیداشتیم و یک وزنه کوچکتر یعنی وزنه ۰.۵ گرمی را در کفه قرار میدادیم که اگر a حرکت نمیکرد جرمی را که برای محاسبات یادداشت میکردیم ۲۲.۵ گرم به علاوه جرم کفه بود .ولی اگر باز حرکت میکرد جرم لازم برای محاسبات ۲۲ گرم به علاوه جرم کفه میشد.

اکنون به محاسبات لازم برای محاسبه ضریب اصطکاک ایستایی ماکزیمم میپردازیم.

در شکل۲-۲ جسم a در حالت سکون قرار دارد . بر جسم نیروهای T و w وN و $f_{s\max}$ وارد میشود که T نیروی کشش نخ متصل به جسم a است ، w نیروی وارد بر جسم از طرف زمین میباشد که همان وزن جسم است ، N که نیروی عمودی وارد بر جسم از طرف سطح به جسم است و سرانجام $f_{s\max}$ که نیروی اصطکاک ایستایی ماکزیمم وارد بر جسم از طرف سطح است. طبق قانون اول نیوتن برایند نیروهای وارد برa صفر است.پس رابطه ۱-۱ یعنی رابطه قانون دوم نیوتن را برای ان مینویسیم. فقط توجه شود که زاویه سطح با افق α است و همانند شکل ۱-۲ نیروی وزن(mg)را به دو مولفه عمود بر هم تجزیه کردیم. بنابر این در راستای محور xها برای جسم a داریم:

(۲-۱۴) $\mathrm{mgsin}\alpha + f_{s\max} - T = ۰$ در نتیجه (۲-۱۵) $f_{s\max} = T - \mathrm{mgsin}\alpha$. از طرفی از رابطه ۲-۵ داریم $f_{s\max} = N \times \mu_S$. اکنون باید نیروی N و T را محاسبه کنیم و با مساوی قرار دادن رابطه های ۲-۱۵ و ۲-۵ ضریب اصطکاک ایستایی ماکزیمم را حساب کنیم.

برای جسم a در راستای محور yها داریم:

(۲-۱۶) $N - \mathrm{mgcos}\alpha = ۰$ در نتیجه (۲-۱۷) $N = \mathrm{mgcos}\alpha$.

کفه b نیز در حالت سکون است بنابراین برای کفه b در راستای محور yها در دستگاه مختصات خودش داریم:

(۲-۱۸) $T - Mg = ۰$ در نتیجه (۲-۱۹) $T = Mg$. که M جرم وزنه ها به علاوه جرم کفه است.

اکنون در رابطه های ۲-۱۵ و ۲-۵ بجای T و N معادلشان را از رابطه های ۲-۱۹ و ۲-۱۶ قرار میدهیم و سپس رابطه های ۲-۱۵ و ۲-۵ را مساوی هم قرار میدهیم. بنابراین داریم:

(۲-۲۰) $\mathrm{mgcos}\alpha \times \mu_S = Mg - \mathrm{mgsin}\alpha$ در نتیجه (۲-۲۱) $\mu_S = \dfrac{Mg - \mathrm{mgsin}\alpha}{\mathrm{mgcos}\alpha}$.

که در ان m جرم جسم روی سطح است. در نتیجه توانستیم ضریب اصطکاک ایستایی ماکزیمم را حساب کنیم.

برای محاسبه μ_k ، باید جرمی را بدست آوریم که اگر در حالتی که a ساکن است،ضربه ای به میز زده شود a با سرعت ثابت به بالای سطح شیبدار حرکت کند.

برای این کار ان قدر به کفه جرم اضافه و کم میکنیم تا وقتیکه جسم در حال سکون است با زدن ضربه ای به سطح ،جسم با سرعت ثابت شروع به حرکت کند.چون تشخیص اینکه جسم در حال حرکت با سرعت ثابت است یا نه، کمی مشکل است و از طرفی جسم ممکن است به ازای چند جرم مختلف با زدن ضربه ای (هنگامیکه جسم ساکن است) شروع به حرکت کند،بنابراین با ازمون و خطا ان قدر جرم به کفه اضافه و کم میکنیم تا کمترین مقدار جرمی که به ازای ان جرم با زدن ضربه کوچکی به سطح جسم شروع به حرکت با سرعت ثابت میکند، را بدست اوریم.

توجه شود که قبل از ضربه زدن به سطح جسم باید ساکن باشد.

برای مثال فرض کنید کوچکترین وزنه ای که در اختیار داریم ۰/۵ گرم جرم دارد و درون کفه وزنه ۲۰ گرمی قرار دارد.وزنه ۵گرمی را درون کفه قرار میدهیم و ضربه کوچکی به سطح وارد میکنیم.میبینیم که a همچنان ساکن است پس وزنه دیگری مثلا به جرم ۳ گرم را به کفه اضافه میکنیم میبینیم که قبل از اینکه ضربه ای به سطح بزنیم a حرکت میکند پس این وزنه را برداشته وزنه ۲ گرمی در کفه میگذاریم حال میبینیم که جسم حرکت نمیکند ضربه کوچکی به میز میزنیم ،میبینیم که جسم با سرعت ثابت شروع به حرکت میکند.برای اطمینان وزنه ۲گرمی را برداشته و یک وزنه۱.۵ گرمی درون کفه قرار میدهیم و ضربه کوچکی به سطح میزنیم .میبینیم که جسم a باز شروع به حرکت میکند.اکنون وزنه ۱.۵ را برداشته و وزنه ۱ گرمی را به کفه اضافه میکنیم .میبینیم که با زدن ضربه جسم شروع به حرکت نمیکند. از طرفی وزنه کوچکتر از ۰.۵ گرم نداریم که به کفه اضافه کنیم .بنابراین وزنه ۱گرمی را برداشته و همان وزنه ۱.۵ گرمی را در کفه قرار میدهیم.بنابراین کمترین جرمی که به ازای ان جسم با زدن ضربه شروع به حرکت میکند برابر با ۲۶/۵گرم است.

اگر قوانین نیوتن را برای محاسبه μ_k بنویسیم به همان نتایجی میرسیم که برای μ_s رسیدیم بنابراین برای μ_k داریم: $(۲-۲۲)$ $\mu_k = \dfrac{M'g\text{-}mg\sin\alpha}{mg\cos\alpha}$ که در ان M' جرم وزنه ها به علاوه کفه است.

رابطه ۲-۲۲ را میتوان بصورت (۲-۲۳) $\mu_k = \dfrac{M'g}{mg\cos\alpha} - \dfrac{mg\sin\alpha}{mg\cos\alpha}$ نوشت که در ادامه داریم :

(۲-۲۴) $\mu_k = \dfrac{M'}{m\cos\alpha} - \tan\alpha$ اگر از رابطه ۲-۲۴ لگاریتم طبیعی گرفته و سپس از ان مشتق بگیریم خطای مطلق μ_k بدست می اید که برابر است با : (۲-۲۵) $\Delta\mu_k = \mu_k \times (\dfrac{\Delta M'}{M'} + \dfrac{\Delta m}{m})$. برای μ_s نیز مانند μ_k داریم : (۲-۲۶) $\Delta\mu_s = \mu_s \times (\dfrac{\Delta M}{M} + \dfrac{\Delta m}{m})$. که Δm و $\Delta M'$ و ΔM برابر با دقت ترازوی مورد استفاده میباشند.حال که توضیحات لازم برای محاسبه μ_s و μ_k داده شد بسراغ شرح ازمایش میرویم.

آزمایش (بخش۳)

لوازم مورد نیاز: سطح شیبدار،وزنه به تعداد لازم با جرمهای متفاوت،ترازو

شیوه ی انجام آزمایش:

ما ازمایش را به شیوه دوم انجام میدهیم که شرح انجام ان در بخش قبلی داده شد. در این آزمایش ما جسم a را که در شکل ۲-۲ نشان داده شده است را ارابه مینامیم.

ما آزمایش را چهار بار انجام دادیم. دو بار با زاویه۲۵/۶۴ درجه و دو بار با زاویه۱۸/۱۹درجه انجام دادیم که در هر زاویه یک بار جرم ارابه۵۵.۴۲ گرم بود و بار دیگر با اضافه کردن وزنه جرم ارابه را به ۶۵.۴۳ گرم رسانیده ایم.دقت ترازوی مورد استفاده $۱۰^{-۵}$ کیلوگرم بوده است. و g را برابر با ۹/۸ $\frac{m}{s^{۲}}$ گرفته ایم.

پس از انجام آزمایش نتایج زیر بدست امد.

زاویه (درجه)	شماره آزمایش	جرم ارابه m (kg)	جرم کفه برای μ_s M (kg)	جرم کفه برای μ_k M′ (kg)
۱۸/۱۹	۱	$۵/۵۱۶\times۱۰^{-۲}$	$۳/۰۱۲\times۱۰^{-۲}$	$۲/۸۰۳\times۱۰^{-۲}$
	۲	$۶/۵۱۷\times۱۰^{-۲}$	$۳/۸۰۶\times۱۰^{-۲}$	$۳/۴۸۹\times۱۰^{-۲}$
۲۵/۶۴	۳	$۵/۵۱۶\times۱۰^{-۲}$	$۴/۰۰۶\times۱۰^{-۲}$	$۳/۷۸۹\times۱۰^{-۲}$
	۴	$۶/۵۱۷\times۱۰^{-۲}$	$۴/۴۸۹\times۱۰^{-۲}$	$۴/۳۸۴\times۱۰^{-۲}$

جدول۱-۳

مقادیر اندازه گیری شده برای μ_s و μ_k از ازمایشهای شماره ۱ تا ۴ به این قرار است.

شماره آزمایش	μ_s	μ_k	$\Delta\mu_s$	$\Delta\mu_k$
۱	$۲/۴۶۳\times۱۰^{-۱}$	$۲/۰۶۴\times۱۰^{-۱}$	۱×۱۰^{-۲}	۱×۱۰^{-۲}
۲	$۲/۸۶۱\times۱۰^{-۱}$	$۲/۳۴۹\times۱۰^{-۱}$	۱×۱۰^{-۲}	۱×۱۰^{-۲}
۳	$۳/۲۵۷\times۱۰^{-۱}$	$۲/۸۲۰\times۱۰^{-۱}$	۱×۱۰^{-۲}	۱×۱۰^{-۲}
۴	$۲/۸۴۰\times۱۰^{-۱}$	$۲/۶۶۱\times۱۰^{-۱}$	۱×۱۰^{-۲}	۱×۱۰^{-۲}
میانگین	$۲/۸۵۵\times۱۰^{-۱}$	$۲/۴۷۳\times۱۰^{-۱}$	۱×۱۰^{-۲}	۱×۱۰^{-۲}

جدول۲-۳

این متن توسط یاشار نوشته شده است.
وبلاگ من www.elekteron.blogsky.com.
هر گونه برداشت از این متن باید با اشاره به آدرس وبلاگ صورت گیرد.