

دانشگاه صنعت آب و برق

پایگاه جامع دانشجویی

www.PWUTS.com



بانک جزوه دفتر فرهنگی
دانشکده برق

بانک جزوه دفتر فرهنگی دانشکده برق

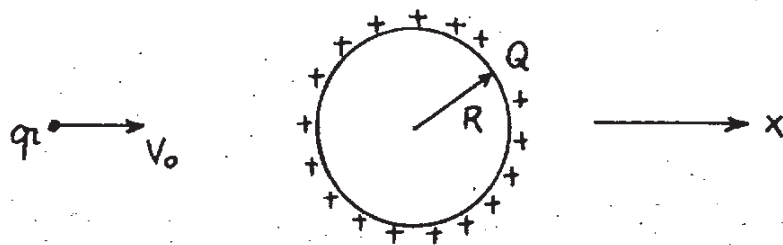
نمونه سوالات درس:

الکترومغناطیس

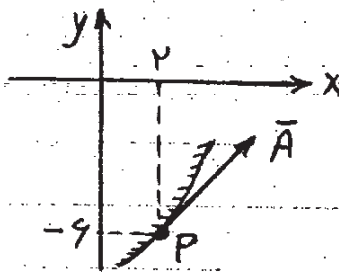
استاد : دکتر عریضی

میدان الکتریکی و قانون کولن

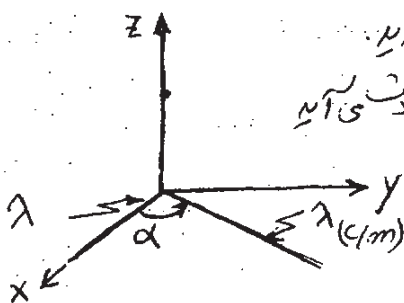
- ۱- یک بار نقطه ای q با جرم m از بی نهایت با سرعت اولیه $V_0 \hat{u}_x$ بسوی مرکز یک کره با شعاع R و بار یکنواخت Q پرتاب میشود. بار کل Q روی کره هم علامت با بار q است.
- الف) حداقل سرعت اولیه لازم را برای آنکه بار به کره برخورد کند، تعیین کنید.
- ب) اگر سرعت اولیه بار برابر نصف نتیجه در الف) باشد، بار به چه فاصله ای از کره میرسد؟



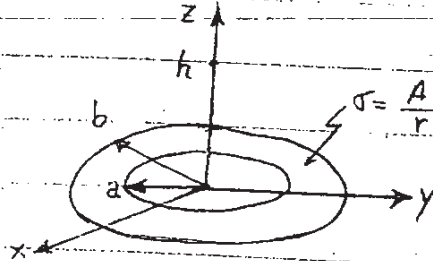
- ۲- قسمتی از سطح مقطع یک هادی کامل که در امتداد محور z نامتناهی است، در شکل نشان داده شده است. در نقطه $P(2, -6, 0)$ روی مرز هادی با هوا، چگالی بار سطحی $\sigma = 40 \text{ nC/m}^2$ وجود دارد. بردار $\vec{A} = 3\hat{u}_x + \hat{u}_y$ در این نقطه بر سطح هادی مماس است. شدت میدان الکتریکی را در این نقطه به دست آورید.



- ۳- بار الکتریکی بطریقی یکنواخت با چگالی λ روی دو نیم خط که زاویه بین آنها α است، توزیع شده است. دو نیم خط مطابق شکل در صفحه xy قرار داشته و سر مشترک آن در مبدأ مختصات قرار دارد. یک نیم خط را در امتداد محور x فرض کنید.
- الف) میدان الکتریکی E را در یک نقطه روی محور z به دست آورید.
- ب) نشان دهید که در حالت $\alpha = \pi$ ، میدان یک خط نامتناهی به دست می آید.



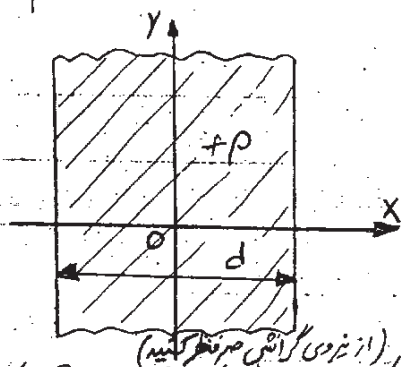
۴- یک نوار دایره‌ای در ناحیه $a \leq r \leq b$ را در نظر بگیرید، که حاصل چگالی بار سطحی متناسب



با عکس فاصله شعاعی r بصورت $\sigma = \frac{A}{r}$ می باشد.

میدان الکتریکی را در نقطه ای روی محور نوار دایره‌ای به فاصله h از مرکزش تعیین کنید. شدت میدان را برای مقادیر زیر محاسبه کنید:

$\sigma = \frac{100}{r} \left(\frac{\mu C}{m^2} \right)$; $h = 1.0 (m)$; $1 (m) \leq r \leq 2 (m)$

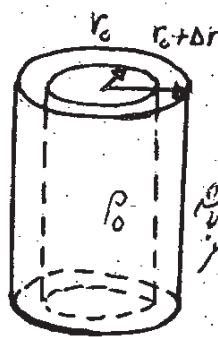


۵- ناحیه ای از فضا با پهنای d و ارتفاع بی نهایت مطابق شکل دارای چگالی بار حجمی یکنواخت ρ است.

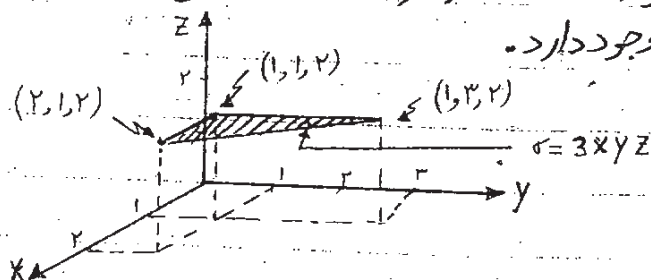
(الف) با استفاده از قانون گاوس چگالی شار الکتریکی D را داخل و خارج حجم بار به دست آورید.

(ب) فرض کنید که الکتریسیته با بار $-e$ در m از حالت سکون در فاصله x صفحه مرکزی رها شود، حرکت الکترود را مشخص کنید و فاکتات مربوط به حرکت الکترود را تعیین کنید.

۶- یک پوسته استوانه‌ای فلزی بسیار بلند توخالی با شعاع داخلی r_0 و شعاع خارجی $r_0 + \Delta r$ (با $\Delta r \ll r_0$) را در نظر بگیرید. بار الکتریکی با چگالی بار حجمی یکنواخت ρ داخل پوسته $(r_0 < r)$ وجود دارد. میدان الکتریکی را در نواحی $r < r_0$ ، $r_0 < r < r_0 + \Delta r$ و $r > r_0 + \Delta r$ تعیین کنید. چگالی بارهای سطحی را روی سطوح داخلی و خارجی پوسته استوانه‌ای به دست آورید. فرض کنید که بار کل این استوانه صفر است. اگر استوانه فلزی به زمین وصل شود، میدانها و چگالی بارهای سطحی را تعیین کنید.



۱- یک سطح مثلثی شکل مسطح را که گوشه‌هایش در تقاطع با مختصات قائم $(2, 2)$ متر، $(1, 3, 2)$ متر و $(1, 0, 2)$ متر مطابق شکل قرار دارد، در نظر بگیرید. توزیع بار سطحی با چگالی بار سطحی $\sigma = 3xyz \left(\frac{C}{m^2} \right)$ روی سطح مثلثی وجود دارد. بار کل روی سطح مثلثی شکل را محاسبه کنید.



۸- یک حلقه دایره‌ای با شعاع R حامل چگالی بار خطی یکنواخت λ روی یک نیم حلقه و λ - روی نیم حلقه دیگر است. میدان الکتریکی را در مرکز حلقه به دست آورید.

۹- چگالی بار حجمی داخل مکعبی با ضلع (m) - ۱ برابر $\rho = 16xyz \text{ (nC/m}^3\text{)}$ است. میدان مختصات قائم در یک گوشه مکعب قرار دارد. شار الکتریکی خارج بشونده از مکعب را تعیین کنید.

۱۰- یک استوانه نامتناهی با شعاع a حامل بار حجمی یکنواخت با چگالی ρ است. یک سوراخ استوانه‌ای با شعاع $a/2$ موازی محور استوانه کنده شده است. بطوری که سطح سوراخ استوانه‌ای محاس بر سطح استوانه باشد. میدان را خارج از استوانه به فاصله s از محورش در صفحه شامل دو محور به دست آورید.

۱۱- دو کره دی الکتریک با قطر کوچک و جرم $m = 5 \text{ (gr)}$ می‌تواند روی یک رسانای غیر هادی قائم بلغزد. حرکت از دو کره حامل بار منفی $(C) Q = -2 \times 10^{-6}$ می‌باشد. اگر کره پائینی از حرکت باز داشته شود، فاصله بین دو کره را تعیین کنید.

۱۲- یک دایره با شعاع a در صفحه xy قرار دارد و مرکزش بر میدان مختصات منطبق است. زاویه فضایی را که این دایره در یک نقطه روی محور z می‌سازد، به دست آورید.

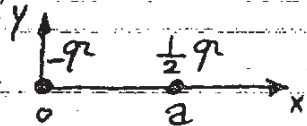
۱۳- یک بار خطی با طول L و چگالی یکنواخت $\lambda \text{ (C/m)}$ در امتداد محور z از $z = z_0$ تا $z = z_0 + L$ قرار دارد. نیروی وارد بر این بار خطی را ناشی از یک توزیع بار کروی یکنواخت با چگالی $\rho \text{ (C/m}^3\text{)}$ با مرکزش واقع بر میدان و شعاع $a < z_0$ به دست آورید.

۱۴- دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 - روی محور z به ترتیب در نقاط $z = a$ و $z = -a$ قرار دارند. مقدار کاری را که یک حامل خارجی باید انجام دهد، تا آنکه فاصله بین بارها را از $2a$ به a کاهش یابد، تعیین کنید.

پتانسیل الکتریکی و دو قطبی الکتریکی

(۴۵)

دو بار نقطه ای $-q$ و $\frac{1}{2}q$ به ترتیب در مبدا مختصات و در نقطه $(a, 0, 0)$ قرار دارند.



الف- در کدام نقطه ای محور x ، میدان الکتریکی برابر صفر است؟

ب- پتانسیل الکتریکی V را در این نقطه محاسبه کنید.

ج- منحنی هم پتانسیلی را که از این نقطه در صفحه $x-y$ می گذرد تعیین کنید.

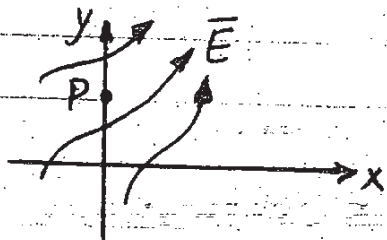
آیا این نقطه یک حداقل واقعی است؟

د- سطح هم پتانسیل $V=0$ را در فضای سه بعدی x, y, z به دست آورید. مشخصات آن را تعیین کنید. آیا سطح هم پتانسیل یک کره است؟

۲- پتانسیل الکتریکی در صفحه $z=0$ با رابطه $V(x,y) = -e^{-x} \sin y$ داده شده است.

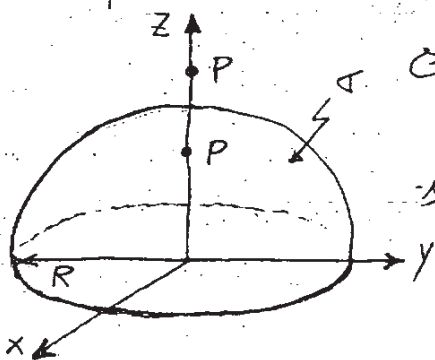
یک الکترون در نقطه $P(0, \frac{\pi}{4})$ قرار دارد.

زاویه بین محور y و جهت حرکت اولیه الکترون را تعیین کنید.



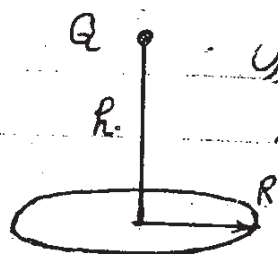
یک نیم کره با شعاع R دارای بار سطحی کل Q که به طور یکنواخت توزیع شده (با چگالی بار سطحی σ یکنواخت) می باشد.

پتانسیل الکتریکی را روی محور z داخل و خارج نیم کره به دست آورید.



۳- یک سطح مخروطی حامل بار سطحی یکنواخت با چگالی σ است. ارتفاع مخروط و شعاع قاعده اش هر یک برابر a می باشد. پتانسیل را در رأس مخروط به دست آورید.

۴- بار نقطه ای Q در بالای یک سطح دایره ای با شعاع R و در امتداد محورها قرار دارد. فاصله بار مذکور از مرکز دایره h است. شار الکتریکی را که از سطح دایره می گذرد، به دست آورید.

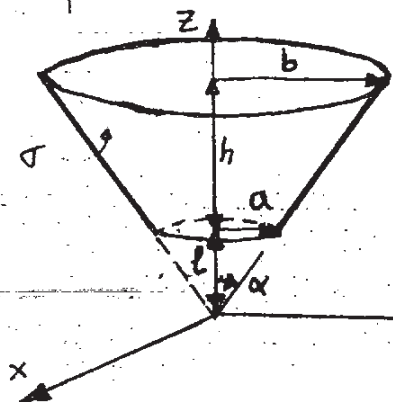


شار را برای $R=3(m)$ و $h=4(m)$ محاسبه کنید.

۶- مرج $-a \leq x \leq a$ ، $-a \leq y \leq a$ و $z=0$ حامل بار سطحی با چگالی $\sigma = \frac{a^2}{|x||y|}$ است.

(الف) انتگرال را برای محاسبه پتانسیل V در نقاط روی محورهای x ، y و z جداگانه بدون حل بنویسید.

(ب) پتانسیل V را روی محور z از طریق حل انتگرال مربوطه محاسبه کنید.



۷- مخروط ناقصی با شعاعهای قاعده کوچک a و قاعده بزرگ b و ارتفاع h مفروض است. مخروط ناقص توخالی است. سطح جانبی مخروط ناقص چگالی بار سطحی σ روی وجود دارد. مطلوب است:

(الف) میدان الکتریکی در رأس مخروط در میدان مختصات قطبی شکل
(ب) پتانسیل الکتریکی در رأس مخروط در میدان مختصات قطبی شکل
توجه: ابتداء فاصله l و زاویه نیم رأس α مخروط را تعیین کنید.

۸- چگالی بار حجمی داخل یک کره با شعاع a توسط رابطه $\rho = kr^2$ داده شده است. پتانسیل V را خارج کره با استفاده از رابطه انتگرالی محاسبه کنید.

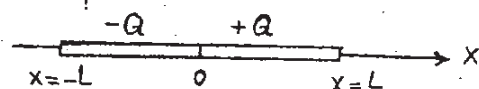
۹- توزیع پتانسیل داخل یک اتم هیدروژن بصورت زیر تابع فاصله شعاعی r است:

$$V(r) = \frac{Ae^{-\alpha r}}{r} \left(1 + \frac{\alpha r}{2}\right)$$

فرض کنید که اتم یک کره کامل باشد. توزیع بار برای ایجاد چنین پتانسیلی را به دست آورید.

۱۰- بار الکتریکی با چگالی حجمی ρ بطور یکنواخت در یک حجم استوانه‌ای با شعاع a و طول $2L$ توزیع شده است. میدان مختصات را در مرکز استوانه روی محورش در نظر بگیرید. پتانسیل V را در نقطه‌ای روی محور استوانه z محاسبه کنید.

۱۱- دو میله یکسان با طول L روی محور x در دو طرف مبدأ قرار دارند و بارهای $+Q$ و $-Q$ بطور



یکنواخت به ترتیب روی آنها مطابق شکل زیر توزیع شده است.

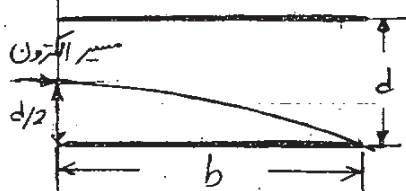
(الف) تابع پتانسیل V را روی محور x برای $x > L$ محاسبه کنید.

(ب) گشتاور دو قطبی الکتریکی (ممان دو قطبی) توزیع بار خطی را به دست آورید.

(ج) عبارت تابع پتانسیل را برای حالت $x \gg L$ ساده کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

۹۲ یک استوانه ناستانه با شعاع a بطور یکنواخت با بار الکتریکی با چگالی حجمی ρ پر شده است. اگر پتانسیل روی محور استوانه برابر V_0 باشد، توزیع پتانسیل را داخل استوانه به دست آورید.

۹۳ الکترونی از حالت سکون در اختلاف پتانسیل V_0 شتاب می گیرد و مطابق شکل وارد ناحیه خلای بین دو ورق موازی با طول b و فاصله d بین شان می شود. اختلاف پتانسیل بین دو ورق برابر V_1 است. اندازه V_1 را تعیین کنید، بطوری که الکترون به انتهای ورق برسد. فرض کنید $d \ll b$.



۹۴ پتانسیل را روی محور یک نوار استوانه ای با شعاع a و ارتفاع L حامل بار سطحی با چگالی یکنواخت σ محاسبه کنید. میدان مختصات z روی محور را در مرکز قاعده استوانه فرض کنید.

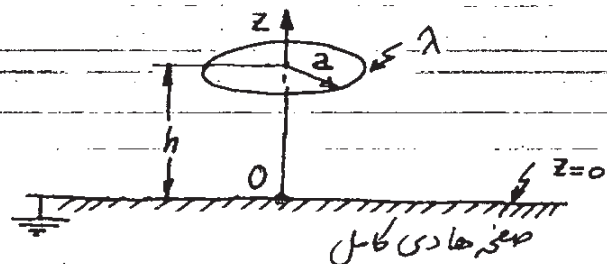
۹۵ دو ورق هادی بسیار پهناور به فاصله 10^{-4} سانتیمتر از یک دیگر بوده و در اختلاف پتانسیل 10^4 ولت نگه داشته می شود. یک قطره روغن با جرم 0.1 گرم بین دو ورق معلق می ماند. بار روی قطره روغن را تعیین کنید.

۹۶ یک دو قطبی الکتریکی با گشتاور الکتریکی (مان) $p = 6 \times 10^{-12} (C-m)$ به فاصله $d = 100 (mm)$ از یک بار نقطه ای $Q = 2 \times 10^{-9} (C)$ قرار دارد. حداکثر نیروی متجه وارد بر دو قطبی را به دست آورید.

۹۷ دو گلوله هادی با شعاع 0.1 متر در فضای آزاد به فاصله 3 متر از یک دیگر قرار دارند. الکترونی با سرعتی برابر تعداد 10^{13} در ثانیه از یکی به دیگری منتقل می شود. مدت زمان لازم را برای ایجاد اختلاف پتانسیلی برابر 100 کیلوولت بین دو گلوله محاسبه کنید.

۹۸ یک کره هادی با قطر 50 میلیمتر توسط یک کره هادی هم مرکز خالی با قطر 120 میلیمتر احاطه شده است. اختلاف پتانسیل بین دو کره برابر 20000 ولت است. کره خارجی به زمین وصل شده و کره داخلی در پتانسیل مثبت می باشد. چگالی بار سطحی را روی کره خارجی به دست آورید.

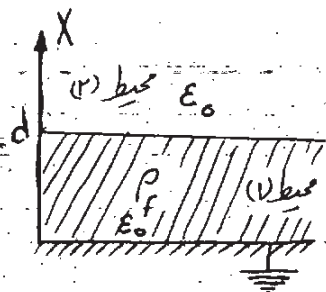
۱- حلقه ای با شعاع a و چگالی بار خطی λ به موازات صفحه هادی زمین شده ($z=0$) واقع است و به فاصله h از آن قرار گرفته است.



چگالی بار الکتریکی سطحی در نقطه O در دست آورید.
مرکز دایره را مطابق شکل تعیین کنید.

۲- دو کره هادی هم مرکز با شعاعهای a و b ($b > a$) را در نظر بگیرید. پتانسیل کروی حاصل توزیع بار با تقارن کروی و چگالی حجمی $\rho = \rho_0 \left(\frac{r}{a}\right)^n$ است. ρ_0 یک ثابت است که داخلی در پتانسیل V_0 و کره خارجی در پتانسیل صفر است.
پتانسیل را در ناحیه $a \leq r \leq b$ بدست آورید. اگر $n = -2$ یا $n = -3$ ، تابع پتانسیل را شرح دهید.

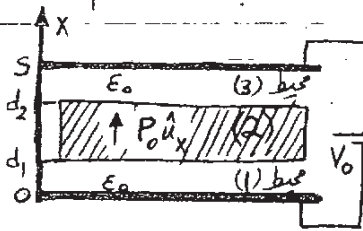
۳- یک ورق حاوی بار آزاد با ضخامت d و چگالی بار حجمی $\rho_f = \rho_0 \sin ax$ روی یک صفحه زمین هادی قرار دارد.



الف) معادله پواسن را داخل ورق حاوی بار و معادله لاپلاس را خارج از بار حل کنید تحت شرایط مرزی حل کنید. تابع پتانسیل را در کلیه نقاط بدست آورید.
ب) شدت میدان الکتریکی را در کلیه نقاط تعیین کنید و توزیع بار سطحی را روی صفحه زمین بدست آورید.

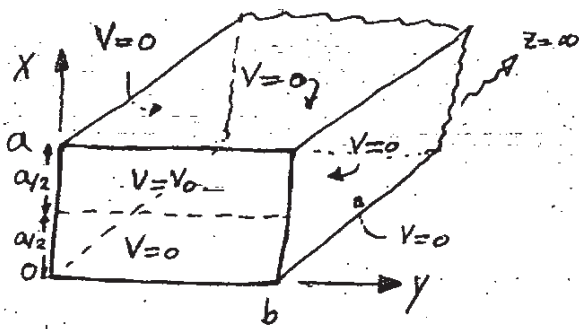
۴- یک لامپ خلاء "تریود" را می توان بصورت زیر مدل کرد: یک کاتد استوانه ای با شعاع a در پتانسیل $-V_0$ که الکترودهای راست طبعی کند؛ یک آنده استوانه ای با شعاع c در پتانسیل $+V_0$ که الکترودها را دریافت می کند؛ و یک شبکه (بصورت یک ورق هادی مشبک) استوانه ای با شعاع b ($a < b < c$) در پتانسیل V_0 (با $-V_0 < V_0 < +V_0$) که الکترودها از آن عبوری کنند.
دو ناحیه شامل بار حجمی با چگالی کنینوافت می متفاوت ρ_1 و ρ_2 است. پتانسیل را در دو ناحیه بدست آورید.

۵- نشان دهید که پتانسیل الکتریکی ناشی از یک دو قطبی الکتریکی در معادله لاپلاس صدق می کند. نشان دهید که میدان الکتریکی دو قطبی گانشر واتیو است.



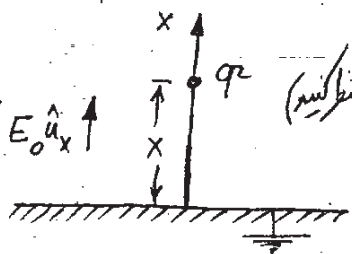
۶- میدان الکتریکی را در کلیه نقاط بین دو ورق هادی کامل به فاصله d از یک دیگر و متصل به اختلاف پتانسیل V_0 و حاوی یک ورق دی الکتریک با ضخامت b (از d_1 تا d_2) و پلاریزاسیون $P = P_0 \hat{u}_x$ به دست آورید. می توانید معادله لاپلاس را در سه ناحیه تحت شرایط مرزی حل کنید. ورق دی الکتریک پلاریزه شده را توسط بارهای مقید جایگزین کنید.

۷- یک منشور مستطیلی با پهنای a در جهت x و b در جهت y با گسترش در جهت z از $z=0$ تا $z=\infty$ را در نظر بگیرید. هر چهار وجه منشور در پتانسیل صفر قرار دارد. پخش منشور در سطح مقطع $z=0$ دارای توزیع پتانسیل زیر است

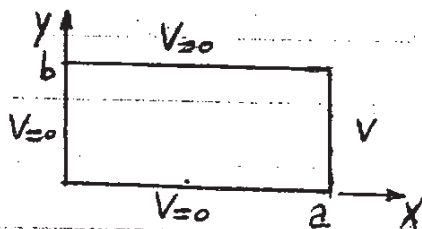


$$V(x,y,0) = \begin{cases} 0 & \text{for } 0 < x < \frac{a}{2} \\ V_0 & \text{for } \frac{a}{2} < x < a \end{cases}$$

تابع پتانسیل را داخل منشور به دست آورید.



۸- یک بار نقطه ای q به فاصله x از یک صفحه هادی زمین شده قرار دارد.
یک میدان کینواخت $E_0 \hat{u}_x$ در بالای صفحه وجود دارد. (از نیروی گرانش صرف نظر کنید)
(الف) در چه فاصله x از صفحه هادی، برآیند نیروی وارد بر بار q برابر صفر است.
(ب) اگر موقعیت اولیه بار در نقطه ای به فاصله نصف آنچه در (الف) به دست آمد باشد، حد اقل سرعت اولیه بار را به دست آورید، تا آنکه بار به حرکت خود دایمی نهایت $x=\infty$ ادامه دهد.
(ج) اگر $E_0=0$ باشد، کار لازم برای حرکت بار از $x=d$ تا بی نهایت $x=\infty$ را به دست آورید.



۹- تابع پتانسیل را داخل ناحیه مستطیلی با ابعاد a و b با شرایط مرزی مطابق شکل به دست آورید.

$$V = \begin{cases} \frac{2V_0}{b} y & 0 \leq y \leq b/2 \\ \frac{2V_0}{b} (b-y) & b/2 \leq y \leq b \end{cases}$$

۱۰. یک نیمه هادی با سطح مقطع ثابت A دارای پیوند گاهی در $x=0$ است. چگالی بار حجمی در دو طرف پیوند گاه برابر $\rho = \rho_0 x (x^2 + x_1^2)^{-3/2}$ است.

الف - پتانسیل V را بصورت تابع x به دست آورید.

ب - شدت میدان الکتریکی E را تعیین کنید.

ج - ظرفیت خازنی را بین نقاط $x = \pm 100x_1$ تعیین کنید.

شرایط مرزی عبارتند از: $E=0$ در $x \rightarrow \infty$ ؛ $V=0$ در $x=0$.

۱۲. دو ورق هادی نامتناهی موازی صفحه مشخصات xy است. یک ورق واقع در $z=0$

در پتانسیل صفر و ورق دیگر واقع در $z=d$ در پتانسیل V_0 قرار دارد. ناحیه بین دو ورق

با بار الکتریکی با چگالی حجمی $\rho = \rho_0 \left(\frac{z}{d}\right)^2$ پر شده است. تابع پتانسیل بین ورق‌ها را تعیین کنید.

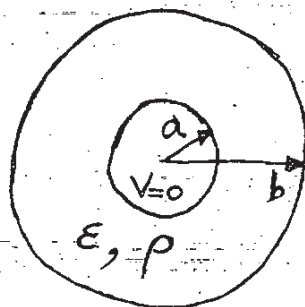
میدان الکتریکی در مواد دی الکتریک

۱- چگالی بار حجمی کثافت ρ (C/m^3) در حجم کره ایی با شعاع a و حدود دارد. ضریب الکتریکی عایق است و پتانسیل الکتریکی را داخل عایق (کره) به دست آورید.

۲- کره ایی دی الکتریک با ضریب الکتریکی $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ با شعاع a و با چگالی بار حجمی ثابت ρ ساخته شده است.

پتانسیل الکتریکی را در یک نقطه داخل کره به فاصله r از مرکزش به دست آورید.

۳- فضای بین دو استوانه هم محور با شعاعهای a و b ($b > a$) مطابق شکل توسط بار الکتریکی با چگالی حجمی $\rho = \rho_0/2$ (C/m^3) پر شده است. ρ_0 یک ثابت است (الف) توزیع پتانسیل در دی الکتریک می سنجید.

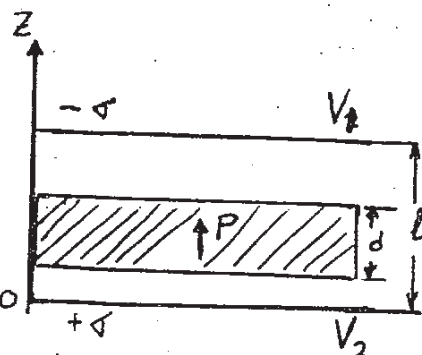


استوانه خارجی در پتانسیل V_0 و استوانه داخلی در پتانسیل صفر است. معادله پواسن را حل کنید.

(ب) میدان الکتریکی را تعیین کنید.
(ج) چگالی بار سطحی روی استوانه های داخلی و خارجی را به دست آورید.

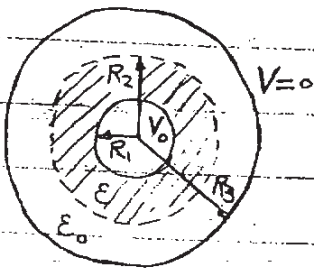
۴- در یک کره دی الکتریک، چگالی بارهای مقید (قطبی شده) یکثافت و برابر ρ است. بردار پلاریزاسیون (قطبی شده گی) \vec{P} را داخل کره تعیین کنید.
$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \quad \text{و} \quad \nabla \cdot \vec{P} = -\rho$$

۵- (الف) یک ورق دی الکتریک با پلاریزاسیون \vec{P} عمود بر دو رویه اش بین دو صفحه دارای چگالی بارهای سطحی $\pm \sigma$ قرار دارد.



شدت میدان الکتریکی را در کلیه نقاط بین دو صفحه به دست آورید.
(ب) فرض کنید که دو صفحه توسط ورقهای هادی جایگزین شود و در پتانسیل های V_1 و V_2 نگهداشته شود. شدت میدان را در کلیه نقاط تعیین کنید.

۶- یک کابل قدرت هم محور بطور جزئی توسط ماده دی الکتریکی با ضریب الکتریکی ϵ در شیب
 اگر فقط هوا بین دو هادی استوانه ای (با شعاعهای R_1 و R_3) وجود داشته باشد
 کابل قبل از شکست هوای توانه ولتاژ V_0 را تحمل کند. (فرض کنید گره داخلی در پتانسیل V_0 و گره
 خارجی در پتانسیل صفر باشد.)
 ولتاژ شکست را در حضور ماده دی الکتریک
 (در ناحیه استوانه ای بین شعاعهای R_1 و R_3) تعیین کنید.
 این ولتاژ شکست را برای ابعاد زیر محاسبه کنید



$$V_0 = 600 (KV), \quad \epsilon = 10\epsilon_0$$

$$R_1 = 1 (cm), \quad R_2 = 2 (cm), \quad R_3 = 3 (cm)$$

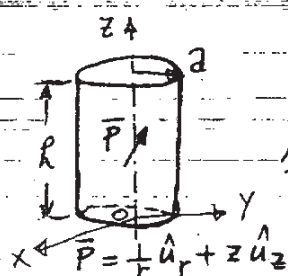
۷- ضریب الکتریکی یک محیط نامحدود ناهمگنی از ماده $\epsilon(r) = \epsilon_0(1 + \frac{a}{r})$ بصورت
 با a بعنوان یک ثابت است. یک گره هادی با شعاع R با مرکزش منطبق با میدان مختصات حاصل بار Q است
 (الف) تابع پتانسیل و شدت میدان الکتریکی را در محیط دی الکتریک تعیین کنید.
 (ب) چگالی بارهای مقید حجمی و سطحی روی سطح مشترک بین محیط دی الکتریک و گره هادی را محاسبه کنید.
 کل بارهای الکتریکی مقید حجمی و سطحی را بدست آورید. چه نتیجه ای بدست می آورید؟
 مرجع پتانسیل صفر را در بی نهایت فرض کنید. اگر شعاع گره R بسوی صفر میل کند، چه نتایج حاصل می شود

۸- ناحیه بین دو گره هم مرکز، شعاعهای a و b ($b > a$) ماده عایقی در شده است
 بار نقطه ای Q را در مرکز پوسته کردی قرار می دهیم. متغیرهای کنیم که شدت
 میدان الکتریکی در ناحیه عایق عبارتست از:

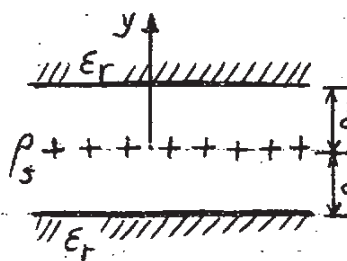
$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 b^2} \hat{u}_r \quad a < r < b$$

(الف) ضریب الکتریکی ماده عایق (ϵ) را بدست آورید.
 (ب) چگالی بار سطحی دیالایزاسیون را روی سطوح $r=a$ و $r=b$ تعیین کنید.
 (ج) چگالی بار حجمی دیالایزاسیون را در ناحیه $a < r < b$ تعیین کنید.
 (د) بار دیالایزاسیون کل سطحی و حجمی را محاسبه کنید. بار دیالایزاسیون کل چقدر است؟

۹- (الف) یک استوانه عایق با شعاع a و ارتفاع h هم محور با محور z بصورت $\vec{P} = \frac{1}{r} \hat{u}_r + z \hat{u}_z$ بطور دائمی پلاریزه شده است. چگالی بارهای پلاریزاسیون حجمی و سطحی را روی سطوح جانبی و قاعده استوانه بدست آورید.

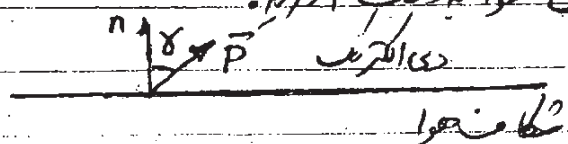


(ب) ناحیه $d < y < d$ در شکل با عایق با ضریب دی الکتریک ϵ_r پر شده است. در صفحه $y=0$ بار سطحی نامتناهی با چگالی ρ_s وجود دارد، که باعث قطبی شدن گوی فضایی $d < y < d$ و $y < -d$ شده است. مطلوب است چگالی بار سطحی مقید ناشی از قطبی شدن گوی ρ_{ps} برای فصل مشترک $y=d$.



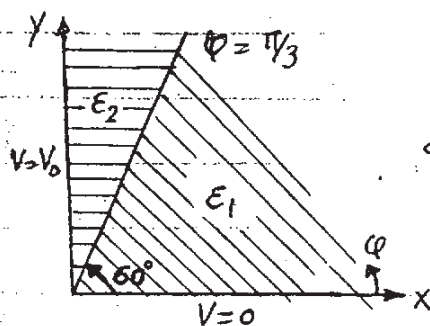
۱۰- در ناحیه $z > 0$ با مغزیت دی الکتریک $\epsilon_r = 2$ ، میدان الکتریکی $\vec{E} = 2\hat{u}_x - 3\hat{u}_y + 5\hat{u}_z$ است. از رویه ای که میدان الکتریکی در ناحیه $z \leq 0$ با ثابت دی الکتریک $\epsilon_r = 5$ با سطح مایل بین دو محیط می سازد، می سنجید.

۱۱- دو قطعه دی الکتریک نامتناهی کنار یک دیگر قرار دارند، بطوری که یک شکاف هوایی باریک بین آنها قرار دارد. پلاریزاسیون \vec{P} در هر دو دی الکتریک ثابت است و زاویه α را با بهر دار عمود بر سطح دی الکتریک که در تماس هستند، می سازد. شدت میدان الکتریکی را در شکاف هوا بدست آورید.



دی الکتریک \vec{P} در دی الکتریک ثابت

۱۲- دو نیم صفحه هادی $\phi = 0$ و $\phi = \pi/2$ در دستگاه مختصات استوانه ای، به ترتیب دارای پتانسیل های صفرو V_0 می باشد. ناحیه $0 < \phi < \pi/3$ را عایق کاملی با ضریب دی الکتریک ϵ_1 و ناحیه $\pi/3 < \phi < \pi/2$ را عایق دیگری با ضریب دی الکتریک ϵ_2 پر کرده است. شکل مقابل.



(الف) از طریق حل مسأله لاپلاس، تابع پتانسیل V را در ناحیه بین دو صفحه هادی $0 < \phi < \pi/2$ تعیین کنید.

(ب) شدت میدان الکتریکی را در دو ناحیه بدست آورید.

(ج) چگالی بار مقید سطحی را در مرز بین دو عایق در $\phi = \pi/3$ تعیین کنید.

(د) تابع پتانسیل را در ناحیه $\pi/2 < \phi < 2\pi$ مشخص کنید.

۱۳- یک کره دی الکتریک با ضریب الکتریکی ϵ و شعاع R و مرکزش منطبق بر میدان مختصات

کرسی به طور شعاعی با بردار پلاریزاسیون $\vec{P} = k r \hat{r}$ (با ثابت k) قطبی شده است. پتانسیل الکتریکی را در مرکز کره محاسبه کنید.

۱۴- یک حفره استوانه ای با شعاع a و طول L موازی بردار پلاریزاسیون \vec{P} در یک محیط دی الکتریک با پلاریزاسیون یکنواخت گنده شده است. میدان الکتریکی را در مرکز حفره به دست آورید.

۱۵- یک ورق تحت دی الکتریک با ثابت دی الکتریک $\epsilon_r = 6$ عمود بر میدان الکتریکی $D = 2 \text{ (C/m}^2\text{)}$ قرار دارد. ورق دارای حجم $v = 0.1 \text{ (m}^3\text{)}$ و پلاریزاسیون یکنواخت است. گشتاور (مان) دو قطبی الکتریکی \vec{P} ورق را تعیین کنید.

۱۶- فضای بین دو استوانه هادی هم محور با شعاعهای a و b (با $b > a$) توسط ماده عایقی با ثابت دی الکتریک متغیر $\epsilon_r = \alpha r^n$ (با α و n ثابت) پر شده است. بار آزاد با چگالی خطی $\lambda \text{ (C/m)}$ روی هادی داخلی قرار دارد. تحت کدام شرایط اندازه E بین دو استوانه ثابت می ماند.

$$V = \frac{6}{2\epsilon} \hat{u}_2 = \frac{6}{2\epsilon} x$$

انرژی پتانسیل و نیروی الکتریکی

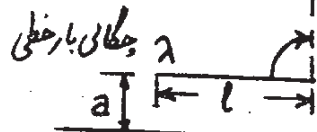
$$W = \int \lambda dr = \int \frac{6}{2\epsilon} x \lambda dr = \frac{6\lambda}{2\epsilon} \int x dr = \frac{6\lambda}{2\epsilon} \left(\frac{r^2}{2} \right) = \frac{3\lambda}{\epsilon} \left(\frac{r^2}{2} \right)$$

یک بار خطی با چگالی $\lambda \left(\frac{C}{m} \right)$ و طول l به موازات و به فاصله a از یک ورق نامتناهی بار سطحی با

چگالی $\sigma \left(\frac{C}{m^2} \right)$ قرار دارد. مقدار کار لازم برای آنکه بار خطی را بجرخانیم تا آنکه عمود بر ورق

قرار گیرد، محاسبه کنید. $W = \int_{r_1}^{r_2} \lambda dr \left(\frac{6}{2\epsilon} ar \right) r d\phi$

$$= \frac{6\lambda a}{4\epsilon} \pi \int_{r_1}^{r_2} r dr = \frac{6\lambda a \pi}{8\epsilon} (r_2^2 - r_1^2)$$



چگالی بار سطحی σ

۲- چگالی بار حجمی داخل یک تابه الکترود استوانه‌ای با شعاع R و طول واحد (یک متر)،

برابر $\rho = ar$ با a بعنوان یک ثابت است. فرض (∞) بودن طول

انرژی ذخیره شده در تابه را با استفاده از $W_e = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} dV$ محاسبه کنید.

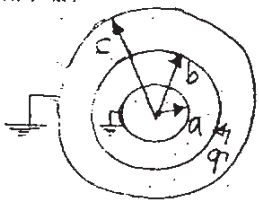
۳- کره‌ای با شعاع a دارای بار الکتریکی با چگالی حجمی $\rho = Ar^n \left(\frac{C}{m^3} \right)$ است. مرکز کره بر سیاه

تخصیصات منطبق بوده، r فاصله شعاعی، A ثابتی و $n \geq 0$ است.

انرژی پتانسیل الکتریکی توزیع بار را به دست آورید. رابطه را بر حسب بار کل Q داخل کره بنویسید.

۴- یک کره فرضی با شعاع a حول یک دوقطبی الکتریکی با گشتاور الکتریکی p (مان) واقع

در مرکزش در نظر بگیرید. انرژی الکتریکی را خارج از این کره فرضی محاسبه کنید.



۵- سه سطح کروی هادی هم‌مرکز را در نظر بگیرید. شعاعهای کره داخلی a ،

کره میانی b و کره خارجی c است. دو کره داخلی و خارجی به زمین وصل شده‌اند.

بار q روی کره میانی قرار دارد.

(الف) پتانسیل V کره میانی را به دست آورید.

(ب) انرژی پتانسیل این سیستم را با استفاده از فرمول $W_e = \frac{1}{2} \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{D} dV$ محاسبه کنید.

۶- یک خازن مسطح شامل دو ورق هادی با مساحت سطح S و فاصله d از یک دیگر

به یک باتری با پتانسیل V_0 وصل شده است. قطعه هادی کابلی با مساحت سطحی

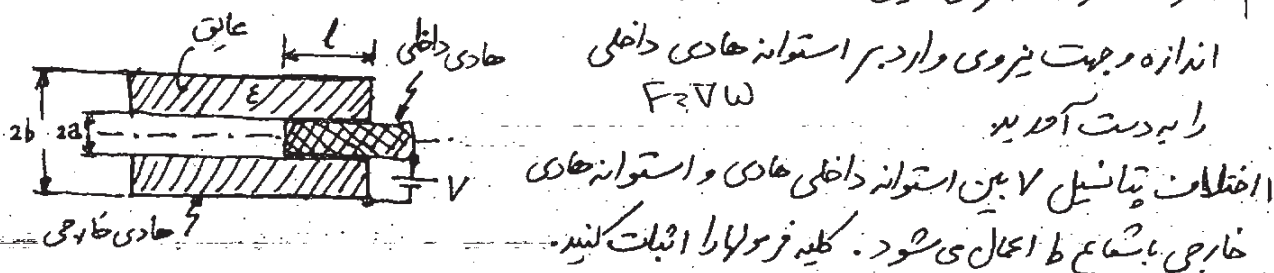
و ضخامت w (با $w < d$) را وارد فضای این خازن می‌کنیم. کار انجام شده را به دست آورید.



قدرت دارنده هادی در میدان الکتریکی خازن $\frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon E^2$ به مساحت d و فاصله d که مساحت هادی

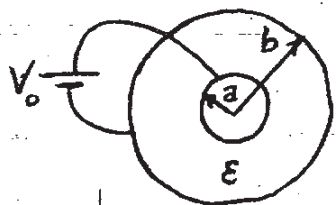
- ۷- یک خازن متشکل از دو سطح هادی کروی هم مرکز با شعاعهای a و b مفروض است. فضای بین دو کره هادی محدود به $a < r < b$ توسط عایق با ضریب الکتریکی $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ پر شده است. بقیه فضای بین دو کره محدود به $c < r < b$ خلأ فرض می شود. بارهای Q و $-Q$ روی هادی را قرار داده می شود. نیروی وارد بر کره هادی بیرونی را محاسبه کنید.

- ۸- استوانه داخلی یک کابل هم محوری تواند داخل یک پیوسته استوانه ای از جنس دی الکتریک جامد بلغزد. ضریب الکتریکی عایق ϵ و شعاعهای داخلی و خارجی آن به ترتیب a و b می باشد.



- ۹- یک خازن کروی با شعاعهای a و b ($b > a$) هادی فضای آزاد است. ضخامت عایق با ثابت دی الکتریک ϵ_r را که باید روی سطح هادی داخلی قرار داده شود، تا ظرفیت خازنی سه برابر شود، تعیین کنید. $a = 4 \text{ (cm)}$, $b = 10 \text{ (cm)}$, $\epsilon_r = 5$.

- ۱۰- فضای بین دو کره هادی هم مرکز با شعاعهای a و b ($a < b$) توسط ماده دی الکتریک دارای ضریب الکتریکی غیر یکنواخت $\epsilon = \frac{k\epsilon_0}{r^2}$ پر شده است. اختلاف پتانسیل V_0 بین دو کره اعمال می شود.

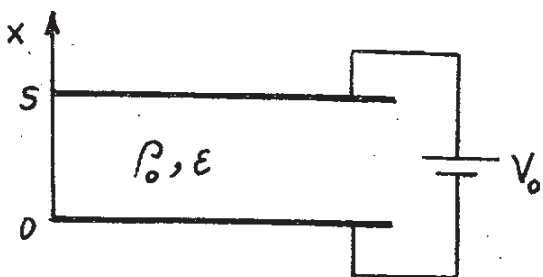


- الف) انرژی الکتریکی ذخیره شده در این سیستم را محاسبه کنید.
ب) با استفاده از عبارت انرژی الکتریکی، ظرفیت خازنی را به دست آورید.
پ) ظرفیت خازنی را از طریق قانون گاوس محاسبه کرده و مقایسه کنید.

۱۱- یک توزیع یکنواخت بار آزاد با چگالی ρ_0 بین دو ورق هادی موازی با اختلاف پتانسیل V_0 قرار دارد.

الف) انرژی الکتریکی ذخیره شده در سیستم را محاسبه کنید. ب) ظرفیت خازنی سیستم را بدست

آورید



۱۲ یک زوج هادی استوانه‌ای هم محور با طول 20 (cm) و شعاعهای 5 (cm) و 10 (cm)

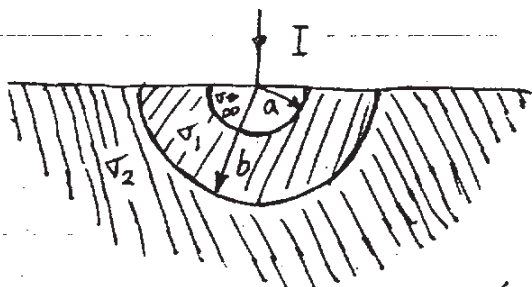
با ماده دی الکتریک با ضریب الکتریکی $\epsilon = 10$ پر شده است. ولتاژی بین هادی‌ها اعمال شده است تا میدان الکتریکی $E = 10^6\text{ V/m}$ را بین دو استوانه ایجاد کند. انرژی الکتریکی ذخیره شده را محاسبه کنید.

۱۳ یک خازن صفحات موازی در ابتداء خالی است. هنگامی که یک ورق دی الکتریک به تمام مساحت اش رای پوشاند ولی تنها در نیمی از ضخامت خازن قرار نگذرد، اندازه ظرفیت خازنی به اندازه یک سوم مقدار اولیه اش افزایش می‌یابد. ثابت دی الکتریک ماده وارد شده در خازن را تعیین کنید.

۱۴ دو استوانه هادی هم محور با شعاعهای a و b ($b > a$) را در نظر بگیرید، که اختلاف پتانسیل V_0 بین آنها اعمال شده باشد. پتانسیل استوانه داخلی نسبت به استوانه خارجی مثبت است. اندازه نیروی (در واحد سطح) وارد بر استوانه داخلی را به دست آورید.

۱۵ دو ورق هادی هر یک با مساحت $2000\text{ (mm}^2\text{)}$ به فاصله 3 (mm) از یک دیگر در فضای آزاد قرار دارند. اختلاف پتانسیل بین آنها برابر 500 (V) است. نیروی وارد بر ورقهای هادی را تعیین کنید.

۱- الکتروسی به شکل نیمکره با شعاع a و ضریب هدایت بی نهایت $\sigma \rightarrow \infty$ در زمین قرار دارد. یک پوسته کروی با شعاع داخلی a و شعاع خارجی b با ضریب هدایت σ_1 هم مرکز با الکتروسی در زمین



سطحین شکل قرار دارد. باقیمانده نیم فضا از یک هادی با ضریب هدایت σ_2 پر شده است. فرض کنید که یک جریان I از طریق مرکز نیم کره وارد زمین شود.

الف- چگالی جریان و شدت میدان را در نواحی مختلف به دست آورید

ب- اختلاف پتانسیل الکتروسی و نقطه بی نهایت را تعیین کنید.

ج- مقاومت R این سیستم زمین را می سنجید. حالات خاص را بررسی کنید

$b \rightarrow \infty; \quad b \rightarrow a$

۲- خازن با ورقهای موازی را که با ماده هادی ناقص با ثابت دی الکتریک ϵ_r و ضریب هدایت σ_c پر شده است، در نظر بگیرید. خازن با بار اولیه Q_0 بار شده است.

الف) بار الکتریکی Q روی ورقها را بصورت تابعی از زمان t به دست آورید.

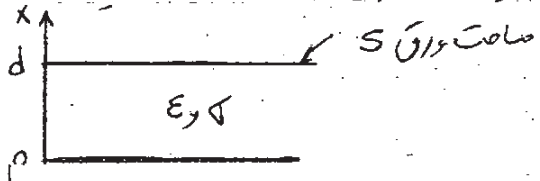
ب) ثابت زمانی را برای تخلیه بار خازن برای $\epsilon_r = 4.3$ و $\sigma_c = 10^{-13} (S/m)$ محاسبه کنید.

ج) حرارت تولیدی کل ایجاد شده را محاسبه کنید و نشان دهید که با انرژی الکتریسیته ساکن ذخیره شده اولیه برابر است.

۳- دو ورق هادی با مساحت S و به فاصله d از یک دیگر قرار دارند. ماده دی الکتریک ناهمگن با

ملفیات داخل خازن قرار دارد. ضریب الکتریکی $\epsilon = \epsilon_1 + (\epsilon_2 - \epsilon_1) x$ و ضریب هدایت

$\sigma = \sigma_1 + \frac{(\sigma_2 - \sigma_1)}{d} x$ است. مقاومت ماده و ظرفیت خازن را به دست آورید.



۴- یک خازن با صفحات موازی را در نظر بگیرید. مساحت هر صفحه برابر $10 (cm^2)$ و فاصله آنها $1 (mm)$ است.

حالت بین صفحات از نوع شیشه با ضریب مقاومت $\rho = 1.2 \times 10^3 (\Omega \cdot m)$ و ثابت دی الکتریک $\epsilon_r = 5.6$ است. خازن را توسط ولتاژ $100 (V)$ پر کرده سپس منبع را قطع می کنیم.

الف) آهنگ اولیه تخلیه بار خازن (یعنی $i = \frac{dq}{dt}$) چقدر است؟

ب) چه مدت زمانی طول می کشد که بار خازن تخلیه شود؟ نتیجه را بحث کنید.

۵۵

- یک تابه به تون با جریان I توسط اختلاف پتانسیل V_0 شتاب می گیرد.
- فرض کنید که شعاع تابه a بوده و چگالی جریان حجمی در تابه یکنواخت باشد.
- الف- چگالی حجمی بار را در تابه پس از شتاب یافتن به تون را محاسبه کنید.
- ب- شدت میدان الکتریکی را داخل و خارج تابه به دست آورید.
- ج- معنی تغییرات شدت میدان الکتریکی را نسبت به فاصله شعاعی r از محور تابه رسم کنید.
- د- حال فرض کنید که تابه در امتداد محور یک استوانه هادی زمین شده با شعاع داخلی a (یا $b > a$) قرار داده شود. پتانسیل را داخل استوانه به دست آورید و معنی تغییراتش را رسم کنید.

$$m_p = 1.6 \times 10^{-19} \text{ (kg)}, \quad e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ (C)}, \quad I = 1 \text{ (A)}, \quad V_0 = 10,000 \text{ (V)}, \quad b = 1 \text{ (cm)}, \quad a = 1 \text{ (mm)}$$

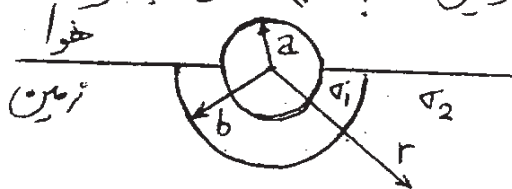
- ۶- در مختصات استوانه ای $a \leq r \leq b$ ، $0 \leq \phi \leq 2\pi$ و $0 \leq z \leq L$ از مایعی با ضریب هدایت σ پر شده است. سطوح استوانه ای از هادی کامل بوده و اختلاف پتانسیل V بین آنرا اعمال می شود. اندازه V را برای اتلاف توان P به صورت دوات در مایع تعیین کنید.

$$a = 0.5 \text{ (m)}, \quad b = 3 \text{ (m)}, \quad L = 10 \text{ (m)}, \quad \sigma = 2 \text{ (S/m)}, \quad P = 10 \text{ (kW)}$$

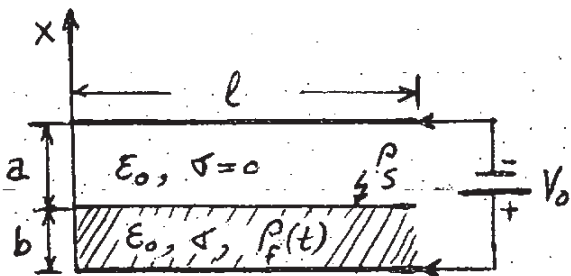
- ۷- فضای بین دو کره هادی هم مرکز با شعاعهای a و b (با $a < b$) توسط ماده هادی با ضریب هدایت σ پر شده است. اختلاف پتانسیل V_0 بین دو کره اعمال می شود.

- الف) توان تلف شده در این سیستم را محاسبه کنید.
- ب) مقاومت آن را با استفاده از عبارت توان به دست آورید.
- پ) شبکه را از طریق فرمول محاسبه متقیم مقاومت امتحان کنید.

- ۸- مینی از کره هادی کاملی با شعاع a داخل زمین قرار دارد. ضریب هدایت زمین در ناحیه $a \leq r < \infty$ برابر σ_1 و در ناحیه $b \leq r < \infty$ برابر σ_2 است. اگر نواحی جریان یکنواخت فرض شود، مقاومت زمین را بین $a \leq r < \infty$ محاسبه کنید.



- ۹- یک ماده با تلفات دارای ضریب الکتریکی فضایی آزاد (ϵ_0) و ضریب هدایت σ بطور جزئی ناحیه بین ورقهای هادی موازی را مطابق شکل زیر هری کند. اختلاف پتانسیل V_0 بین دو ورق هادی اعمال شود. در زمان اولیه $t=0$ ، محیط با تلفات دارای چگالی بار ρ_0 بوده و چگالی بار سطحی σ_0 روی فصل مشترک در $x=b$ برابر صفر است. بستگی کمیات زیر را نسبت به زمان تعیین کنید
- (الف) میدان الکتریکی در هر دو ناحیه
(ب) چگالی بار سطحی ρ در $x=b$



چگالی بار حجمی اولیه در $t=0$ برابر ρ_0 بوده که در ناحیه $\sigma=0$ داریم $J=0$

معادلات لاپلاس و پواسن را تحت شرایط مرزی حل کنید و معادلات دیفرانسیل برای ρ و σ بدست آورید.

- ۱۰- یک هادی با طول 10 (m) و سطح مقطع دایره‌ای با قطر 3 (cm) را در نظر بگیرید. با اعمال ولتاژ 10 (V) به دو سر هادی، جریان 3000 (A) از آن می‌گذرد. ضریب هدایت ماده هادی را محاسبه کنید.

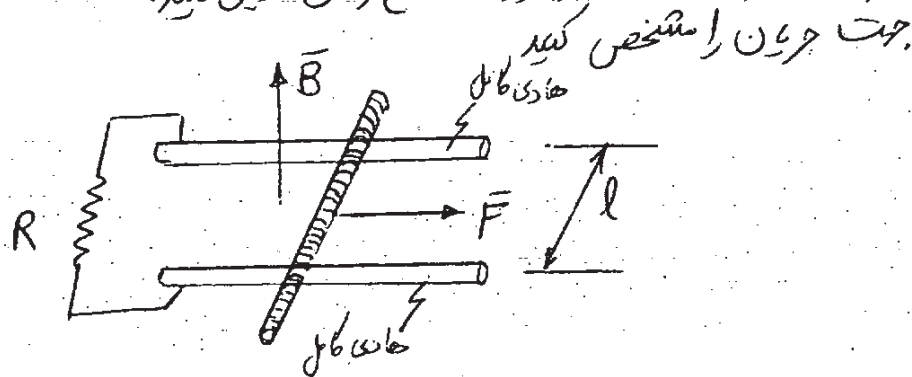
- ۱۱- چگالی جریان در یک ناحیه برابر $\vec{J} = c\gamma \hat{a}_x\text{ (C/m}^2\text{)}$ است. یک مربع با ضلع a دارای یک رأس در مبدأ مختصات و دو ضلع موازی محور z بوده و زاویه ϕ را با صفحه xz می‌سازد. جریان گذرنده از مربع را تعیین کنید.

- ۱۲- یک جوش برق در اتمسفر شامل انرژی $W = 10^{12}\text{ (J)}$ ، اختلاف پتانسیل $V = 10^8\text{ (V)}$ و مدت زمان $t = 0.5\text{ (s)}$ می‌باشد. جریان متوسط برق را محاسبه کنید.

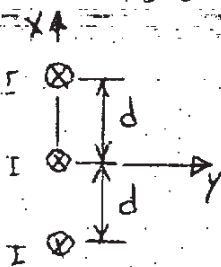
- ۱۳- فرض کنید که جریان ثابتی در محیط خطی و یکسانگرد ولی ناهمگن (از لحاظ ضریب الکتریکی ϵ و ضریب هدایت σ) وجود داشته باشد. چگالی بار آزاد را در این محیط به دست آورید.

۱- نیروی F بر هادی لغزنده ای با جرم m اعمال می شود. هادی از سکون آغاز به حرکت می کند. هادی در یک ناحیه با میدان مغناطیسی ثابت B حرکت می کند. فرض کنید که تماسهای لغزنده بدون اصطکاک بوده و ضریب القای خودی (L) را بتوان صرف نظر کرد.

(الف) سرعت هادی را بصورت تابع زمان به دست آورید. (شرط اولیه $t=0, v=0$)
(ب) جریان در مقاومت R را بصورت تابع زمان تعیین کنید.



۲- سه هادی مستقیم بی نهایت بلند به فاصله برابر به اندازه d از یک دیگر قرار دارند و حامل جریان I در یک جهت مطابق شکل می باشند.

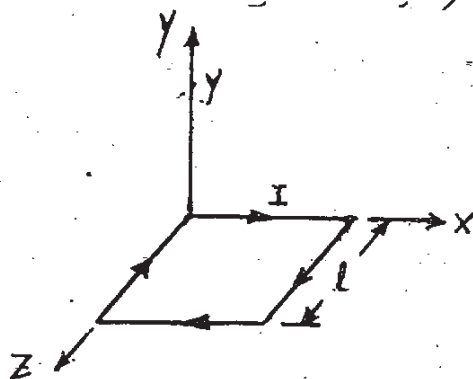


(الف) دو نقطه ای که میدان مغناطیسی برابر صفر هستند به دست آورید.
(ب) خطوط میدان مغناطیسی را رسم کنید.

(ج) اگر هادی میانی به اندازه فاصله بسیار کوتاه x ($x \ll d$) جابه جاشود، حرکت هادی میانی را تعیین کرده و شرح دهید.

برای کدام جهت جریان در هادی میانی، حرکت متناوب است؟ دوره تناوب را به دست آورید.
جرم در واحد طول هادی میانی m است.

۳- یک حلقه مربعی با ضلع l حامل جریان ثابت I است. محور مختصات را طوری انتخاب کنید که حلقه در صفحه xy قرار داشته و مبدأ مختصات بر یک رأس حلقه مربعی منطبق باشد. میدان B را در نقطه ای روی محور y به فاصله y از مبدأ محاسبه کنید.



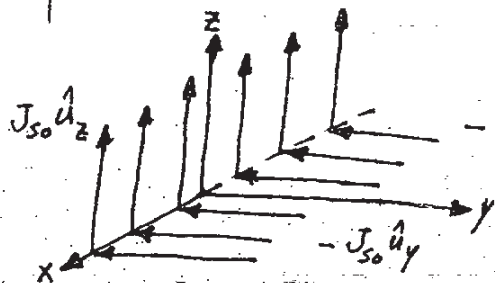
ابتداء میدان را بصورت پارامتری حل کنید.
پس میدان را برای مقادیر زیر محاسبه کنید.

$$l = 1.5 \text{ (m)}$$

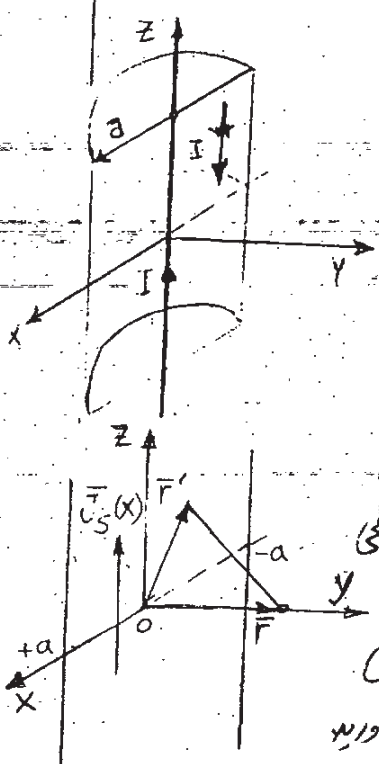
$$I = 7.5 \text{ (A)}$$

$$y = 0.35 \text{ (m)}$$

۴- جریان I' بطور یکنواخت در سطح مقطع دایره‌ای با شعاع a یک استوانه بسیار بلند توزیع شده است. محور استوانه را محور z منطبق است. I' در جهت مثبت z می‌باشد. جریان خطی I بسیار بلند موازی محور z و در جهت مثبت z است. جریان I محور x را مثبت را در نقطه‌ای با فاصله l از مبدأ قطع می‌کند. نیرو و در واحد طول وارد بر جریان I را تعیین کنید. نتیجه را برای اندازه‌های مختلف l به دست آورید.



۵- جریان سطحی با چگالی یکنواخت J_s روی دو نیم صفحه مطابق شکل وجود دارد. $(y=0 \text{ و } z>0)$ با $J_s \hat{u}_z$ و $(z=0 \text{ و } y>0)$ با $-J_s \hat{u}_y$. میدان مغناطیسی B را در کلیه نقاط به دست آورید.



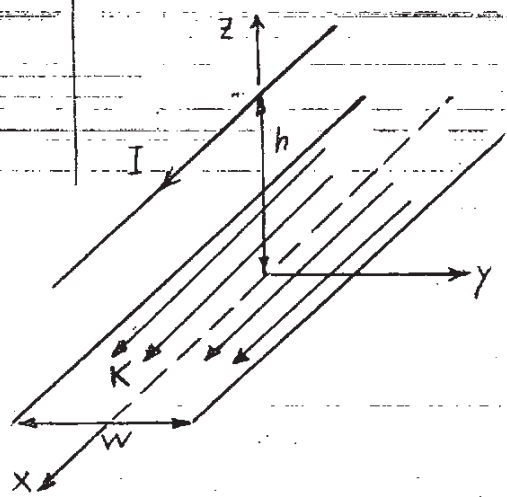
۶- از یک سیم مستقیم هادی کابل نیم استوانه‌ای با شعاع a و بی نهایت طول جریان I موازی محور z عبوری می‌کند. جریان I در نیم استوانه بطور یکنواخت توزیع شده است. جریان اریسمی واقع بر محور نیم استوانه را تعیین کنید. نیروی وارد بر واحد طول سیم را می‌توانید.

۷- یک جریان سطحی در جهت z و از بخشی از صفحه $y=0$ که بین $x=-a$ و $x=a$ است، می‌گذرد. فرض کنید که چگالی جریان سطحی $J_s(x)$ تابع دلخواهی از x باشد. (الف) با استفاده از قانون بیو-سوار، چگالی شار مغناطیسی B (یعنی B_x ، B_y و B_z) را در نقطه $(0, y, 0)$ بصورت انتگرال به دست آورید.

ب- مؤلفه‌های میدان را برای توزیع جریان $J_s = J_{s0} \left(1 - \frac{|x|}{a}\right) \hat{u}_z$ در نقطه‌ای روی محور y به دست آورید.

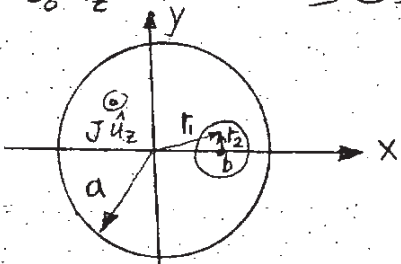
۸- استوانه‌ای تو خالی و عایق با شعاع R و طول h حامل بار سطحی با چگالی σ بوده و با سرعت زاویه‌ای ω حول محور z می‌چرخد. میدان مغناطیسی را در نقطه‌ای روی محور و داخل استوانه به دست آورید. (فرض کنید $R \gg h$ باشد).

۹-



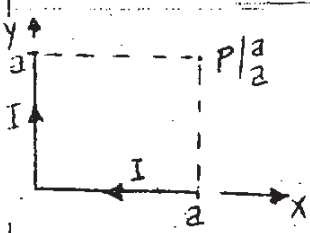
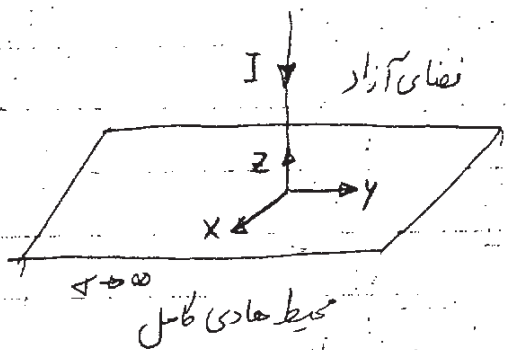
یک ورق با پهنای w حامل جریان سطحی با چگالی K (آمپر بر متر) است. عزای با آن یک سیم نامحدود حامل جریان ثابت I قرار دارد. فاصله سیم از ورق برابر h است و تصویر آن روی خط مرکزی قرار می گیرد. نیروی دارد بر واحد طول سیم را بدست آورید در حالت $w \rightarrow \infty$ این نیرو را تعیین کنید.

۱۰- یک سوراخ استوانه ای داخل یک هادی استوانه ای نامتناهی با شعاع a وجود دارد. مرکز سوراخ در نقطه $x=b$ قرار دارد. فرض کنید که جریان $J_0 \hat{u}_z$ در هادی وجود داشته باشد.



الف) پتانسیل برداری مغناطیسی را داخل سوراخ به دست آورید (می توانید از اصل جمع آثار استفاده کنید)
 ب) تابع پتانسیل برداری A را بر حسب مختصات r, θ بنویسید
 ج) چگالی شار مغناطیسی را داخل سوراخ محاسبه کنید و نشان دهید که یکنواخت بوده و در امتداد محور y است.

۱۱- یک سیم هادی کامل حامل جریان I عمود بر یک محیط هادی کامل در نیم فضا با ضریب هدایت σ قرار دارد. جریان از سیم به محیط هادی مطابق شکل جاری است. میدان الکتریکی و مغناطیسی را در دو محیط (محیط فضای آزاد و محیط هادی کامل) تعیین کنید.

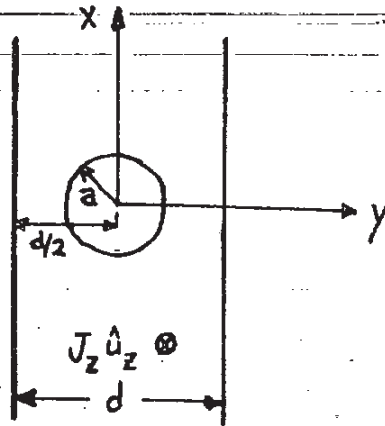


۱۲- دو تکه سیم نازک مستقیم هر یک بطول a حامل جریان I مطابق شکل دو ضلع یک مربع را تشکیل می دهند. پتانسیل مغناطیسی برداری A را در گوشه مقابل مربع محاسبه کنید.

۱۴- یک ورق حامل یک جریان حجمی یکنواخت $J_z \hat{u}_z$ به استثناء یک سوراخ استوانه‌ای به شعاع a

داخل ورق است. فرض کنید محور سوراخ در وسط ورق قرار داشته باشد.

میدان مغناطیسی را در کلیه نقاط به دست آورید.

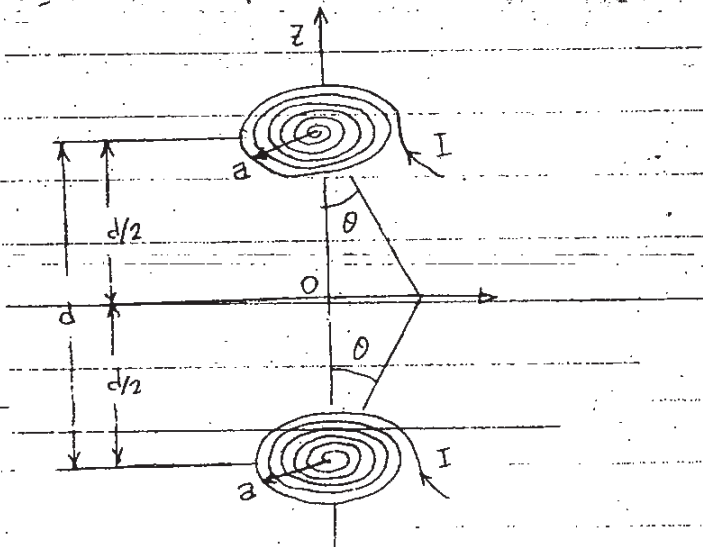


دوسیم بهی سطح هم محور با شعاع a و به فاصله d (با $d \gg a$) از یک دیگر قرار دارند.

جریان در دوسیم بهی هم جهت می باشد می توان فرض کرد که جریان سطحی با چگالی $K = K \hat{u}_z$ در ناحیه دایره‌ای با شعاع a وجود دارد.

الف - گشتاور (مان) دو قطبی مغناطیسی m جریان سطحی را به دست آورید.

ب - میدان مغناطیسی را در صفحه منصف فاصله بین دوسیم بهی ($z=0$) تعیین کنید.

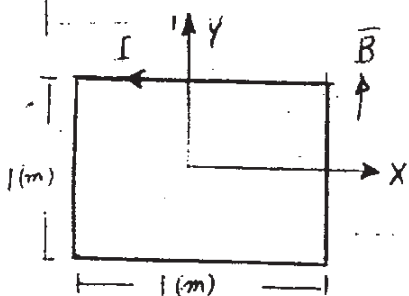


۱۵- حلقه مربعی با ضلع 1 (m) سطحی شکل در صفحه $z=0$

قرار دارد. چگالی شار مغناطیسی $\vec{B} = 0.5x^2 \hat{u}_y$

در فضا وجود دارد. گشتاور نیروی وارد بر حلقه جریان

را به دست آورید. جریان I از حلقه سطحی شکل عبوری کند.



۱۶ یک نیم حلقه دایروی با شعاع R حامل جریان I است. نیم حلقه در هوا قرار دارد.
شدت میدان مغناطیسی را در مرکز حلقه به دست آورید.

۱۷ تنش (tension) در یک حلقه دایروی ساخته شده از یک سیم هادی قابل انعطاف با شعاع a و حامل جریان I واقع در یک میدان مغناطیسی یکنواخت B عمود بر صفحه حلقه را به دست آورید.

۱۸ اتم هیدروژن شامل یک پروتن و یک الکترون به فاصله $0.5 \times 10^{-10} \text{ (m)}$ از یک دیگر است. فرض کنید که الکترون در یک مدار دایروی با فرکانس 10^{13} (Hz) حول پروتن حرکت می کند. میدان مغناطیسی B را در هسته ناشی از الکترون متحرک به دست آورید.

۱۹ یک سولنوئید بسیار بلند با شعاع a و دارای سیم پیچ متراکم با تعداد N/L دور بر متر را در نظر بگیرید. جریان بطور یکنواخت بازخ C آمپر در ثانیه افزایش می یابد. اندازه میدان الکتریکی القایی در وسط سولنوئید به فاصله s (با $s < a$) از محورش را تعیین کنید.

۲۰ یک چگالی شار مغناطیسی را در مرکز یک حلقه دایروی با شعاع R حامل جریان I به دست آورید.

۲۱ یک پوسته استوانه ای هادی نازک بسیار بلند با شعاع a را در نظر بگیرید که محورش بر محور z مختصات عمود باشد. لوله استوانه ای حامل جریان I است. یک میدان مغناطیسی $(T) \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi}$ با ثابت K وجود دارد. گشتاور نیروی وارد بر لوله هادی در واحد طول را تعیین کنید.

۲۲ چواریسیم مستقیم بسیار بلند، حرکتی حامل جریان I است. آنرا موازی محور z بوده و صفحه xy را در نقاط $(0,0)$ ، $(a,0)$ ، (a,a) و $(0,a)$ قطع می کند. جریان در سیمهای اول و سوم در جهت محور z بوده و در دو سیم دیگر در جهت منفی است. نیروی کل در واحد طول وارد بر سیم متناظر با نقطه (a,a) را تعیین کنید.

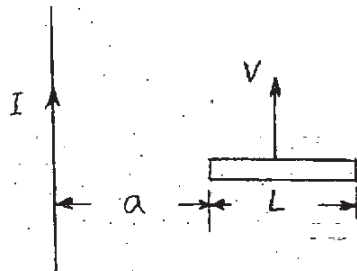
۲۳ یک تابه استوانه ای بسیار بلند حاوی ذرات بار دار را در نظر بگیرید. تابه دارای شعاع سطح مقطع a و چگالی بار حجمی یکنواخت ρ است. سرعت ذرات ثابت و برابر v است. میدان مغناطیسی B را داخل و خارج تابه به دست آورید.

۲۴ یک چگالی میدان مغناطیسی \vec{B} موازی محور یک استوانه غیر مغناطیسی با شعاع a و ثابت دی الکتریک ϵ است. استوانه حول محورش با سرعت زاویه ای ω می چرخد. ولتاژ ایون را داخل استوانه تعیین کنید. μ فاصله شعاعی است.

اتصال پتانسیل و مانور مارادی

میلۀ ای هادی با طول L با سرعت v به موازات یک سیم نامتناهی حامل جریان I مطابق شکل زیر حرکت می کند. میلۀ و سیم در یک صفحه قرار دارند. فاصله لبه نزدیکتر میلۀ از سیم برابر a و ثابت است.

پتانسیل القایی بین دو سر میلۀ را تعیین کنید. جهت پتانسیل القایی را مشخص کنید. بستگی پتانسیل القایی به فاصله a چگونه است؟



۲- میدان مغناطیسی ساکن $\vec{B} = \frac{B_0}{r} \hat{\phi}$ در دستگاه محور

مختصات استوانه ای مفروض است. یک حلقه سیم مستطیلی شکل

با مقاومت کل R واقع در صفحه yz با اضلاع a و b موازی

محورهای y و z (مطابق شکل) با سرعت v در جهت z حرکت می کند.

جریان I القایی در حلقه را تعیین کنید.

ب) فرض کنید که میدان مغناطیسی B متغیر با زمان باشد

$$\vec{B} = \frac{B_0}{r} \cos \omega t \hat{\phi}$$

جریان القایی را بدست آورید.

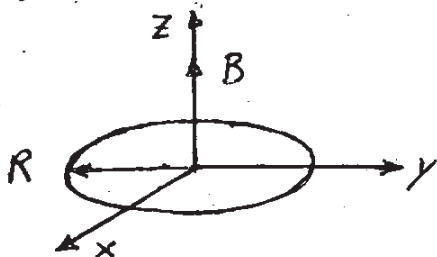
۳- یک میدان مغناطیسی ثابت و یکتوان B در امتداد محور z مختصات قائم قرار دارد.

یک سیم دایروی در صفحه xy دارای مرکز منطبق بر مبدأ مختصات است و شعاع آن

با نرخ v کاهش می یابد. اگر شعاع اولیه حلقه برابر R باشد.

نیروی محرکه القایی در سیم دایروی را بصورت تابع زمان بدست آورید.

نیروی محرکه القایی در سیم دایروی را برای مقادیر



زیر می سبب کنند.

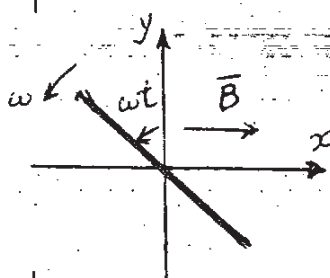
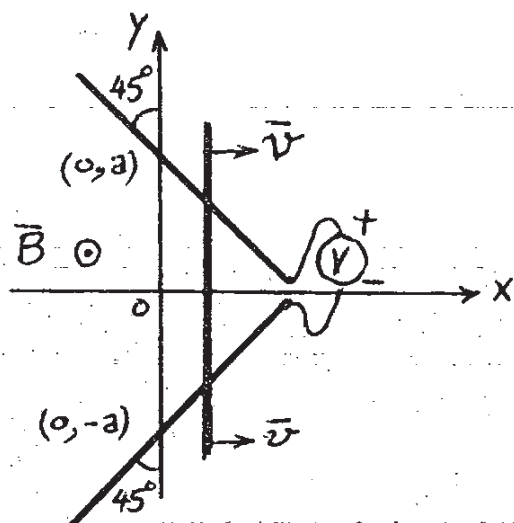
حلقه ای سیم مغناطیسی ثابت $B = 0.01 \text{ (T)}$

نرخ کاهش شعاع $v = 100 \text{ (m/s)}$

شعاع اولیه سیم دایروی $R = 10 \text{ (cm)}$

۴. میله ای با سرعت ثابت \vec{v} در لحظه $t=0$ از محل $x=0$ روی دو ریل سایل مطابق شکل شروع به حرکت می کند. میدان مغناطیسی ثابت $\vec{B} = B_0 \hat{y}$ وجود دارد.

با دواروش اندازه ولتاژ V و توان P را می سنجند.

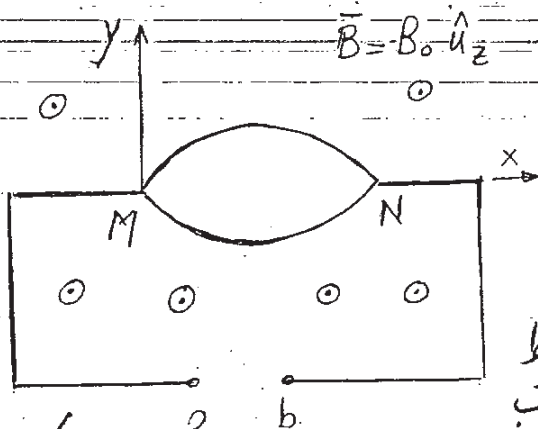


۵. یک حلقه هادی مربعی با ضلع a با مرکزش منطبق بر مبدأ مختصات در لحظه t در صفحه $x=0$ قرار دارد. اضلاعش موازی محورهای مختصات y و z هستند. چگالی شار مغناطیسی $\vec{B} = B_0 \hat{y}$ در فضا وجود دارد. حلقه با سرعت زاویه ای یکنواخت ω حول محور z در ران می کند. متناظر القایی (emf) را در حلقه می سنجند.

۶. دو هادی نازک سیم با طول $l = 50 \text{ (cm)}$ موازی محور z بوده و به ترتیب فاصله $P_1 = 3 \text{ (cm)}$ و $P_2 = 5 \text{ (cm)}$ از آن قرار دارند. یک سیم مقاومستی دوسر قوتانی و نیز دوسر پائینی هادی را به یک دیگر وصل کرده و یک حلقه مقاومستی مستطیلی با مقاومت $R = 0.2 \text{ (}\Omega\text{)}$ ایجاد می کند. حلقه با سرعت زاویه ای $\omega = 2\pi \times 500 \text{ (rad/min)}$ راندان ω در دقیقه در میدان مغناطیسی نا یکنواخت $\vec{B}_1 = 0.25 \hat{y} \text{ (T)}$ در شعاع P_1 و $\vec{B}_2 = 0.8 \hat{y} \text{ (T)}$ در فاصله شعاعی P_2 دوران می کند.

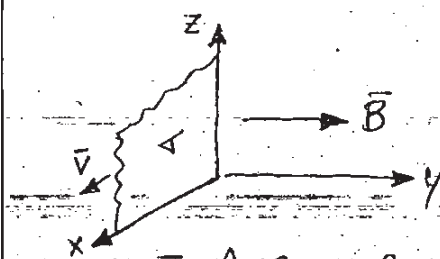
(الف) جریان را در حلقه تعیین کنید. (ب) توان الکتریکی تولید شده در حلقه را به دست آورید.

(ج) نرخ کار مکانیکی انجام شده بر روی حلقه را می سنجند و با نتیجه در (ب) مقایسه کنید.



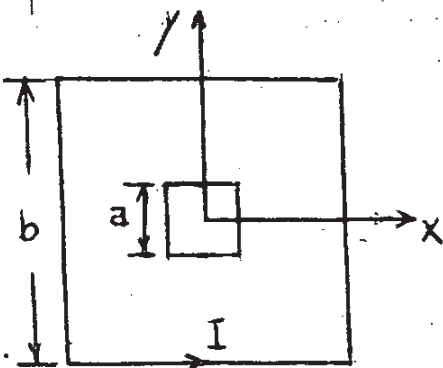
- ۷- یک رشته سیم نازک هادی مطابق شکل
 بین دو نقطه M و N در میدان مغناطیسی \vec{B}
 به ارتفاعش در آورده می شود. فرض کنید که ارتفاعات
 پایدار بوند و معادله حرکت یک نقطه دلخواه سیم در
 امتداد عمودی از رابطه $y(x,t) = y_0 \sin\left(\frac{\pi x}{d}\right) \cos \omega t$
 بدست آید. در اینجا y_0 دامنه ارتفاعات، d فاصله بین نقاط
 M و N و ω فرکانس زاویه ای ارتفاعات مقادیر ثابتی است
 سیم مرتعش و سیمهای رابط حلالی کامل است. اختلاف پتانسیل ایجاد شده بین نقاط a و b را می بیند

- ۸- یک ورق فلزی نازک با ضریب هدایت σ در صفحه xz مطابق شکل در حضور
 میدان مغناطیسی متغیر با زمان $(\vec{B}$ جهت y) قرار دارد



- الف) میدان الکتریکی القایی در نقطه (x, z) در صفحه xz را بدست آورید
 ب) فرض کنید که ورق هادی با سرعت $\vec{v} = v \hat{x}$ حرکت کند
 میدان الکتریکی القایی را روی ورق هادی تعیین کنید
 $\vec{B} = B_m \cos \beta x \cosh \beta y \cos \omega t \quad (T)$

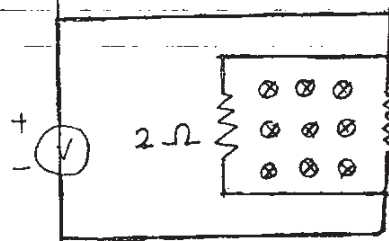
- ۹- یک حلقه دایره ای با شعاع a حامل جریان I_1 در صفحه xy قرار داشته و محورش در امتداد
 محور z می باشد. حلقه بسیار کوچک دیگری در نقطه z روی محور z با مساحت ΔS طوری
 قرار گرفته که محور آن با محور z زاویه θ را می سازد. ضریب القاء متقابل M_{12} بین دو حلقه
 را بدست آورید.



- ۱۰- دو حلقه هادی هم مرکز مربعی با اضلاع a و b
 (یا $a \ll b$) در یک صفحه قرار دارند.
 اندازه ضریب القاء متقابل را در حالتی که حلقه داخلی
 بسیار کوچکتر از حلقه خارجی باشد، بدست آورید
 (میدان حلقه بزرگتر را در مرکزش می بیند)

۱۱ یک حلقه سیمی با مساحت $1 \text{ (cm}^2\text{)}$ ، یک میدان مغناطیسی با توزیع یکنواخت را مطابق شکل

در بر می گیرد. ولتمتری که جریان ناشی از آن عبوری کند



مطابق شکل به حلقه وصل شده است.

میدان مغناطیسی برابر $B = 0.1 t \text{ (T)}$ است.

قوانین ولتمتر را تعیین کنید.

۱۲ یک ماده با ضریب هدایت σ و ضریب الکتریکی ϵ در یک میدان الکتریکی متغیر با زمان سینوسی دارای فرکانس ω قرار دارد. در کدام فرکانس، دامنه جریان هدایت برابر دامنه جریان جابجایی است؟ اگر $\sigma = 10^2 \text{ (S/m)}$ و $\epsilon = 3\epsilon_0$ باشد، این فرکانس را تعیین کنید.

۱۳ دو حلقه دایره‌ای دارای محورهای موازی بوده ولی هم محور نیستند. خط واصل بین دو حلقه را محور O یا راستای محورهایشان می‌سازد. اندازه زاویه θ را تعیین کنید، بطوری که ضریب القاء متقابل بین دو حلقه برابر صفر باشد.

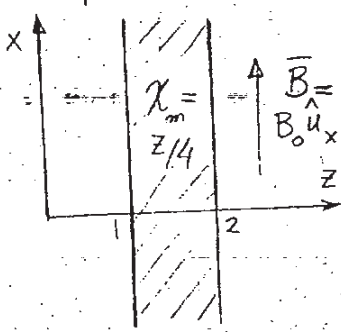
۱۴ یک سیمه هادی با طول R حول محوری که از یک سرش عمود بر آن می‌گذرد، با سرعت N دور در ثانیه دوران می‌کند. میدان مغناطیسی یکنواخت B در امتداد محور (و عمود بر سیمه) وجود دارد. پتانسیل القایی بین دو سر سیمه را محاسبه کنید.

۱۵ یک دیسک هادی بسیار نازک با شعاع a و ضریب هدایت σ در صفحه xy قرار دارد. مرکزش بر میانه مختصات منطبق است. یک چگالی شار مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = B_0 \cos(\omega t + \phi) \hat{z}$ نیز وجود دارد. چگالی جریان حلقی القایی در دیسک را تعیین کنید.

بسیار بلند

۵- یک سیم استوانه‌ای با شعاع a مغناطیسی شده است. بردار مغنیتیزاسیون M_0 عمود بر محور سیم استوانه‌ای است. از اثرات کناری صرف نظر کنید. الف) چگالی جریان برای مغناطیسی را تعیین کنید.

ب- چگالی بارهای مغناطیسی را به دست آورید.
ج- نشان دهید که میدان مغناطیسی در فضای آزاد اطراف سیم همانند میدان ناسی از یک دو قطبی مغناطیسی دو بعدی است. گشتاور دو قطبی مغناطیسی مربوط به بارهای مغناطیسی را تعیین کنید.



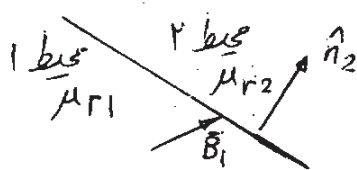
ناحیه $1 < z < 2$ از فضا توسط یک ماده مغناطیسی با ضریب خودگیری ناکتوافت $\chi_m(z) = \frac{z}{4}$ اشغال شده است. میدان مغناطیسی یکنواخت $B_a = B_0 u_x$ به ماده اعمال می‌شود.

الف) بردار مغنیتیزاسیون M را داخل ماده مغناطیسی به دست آورید.
ب) چگالی جریان مغناطیسی را روی دو سطح ورق مغناطیسی تعیین کنید.
ج) چگالی جریان مغناطیسی حتمی را به دست آورید.

د) میدان مغناطیسی ثانویه (ناسی از جریانهای مغناطیسی) را داخل و خارج ورق مغناطیسی تعیین کنید.

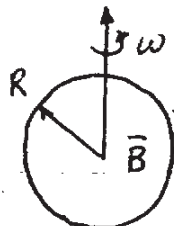
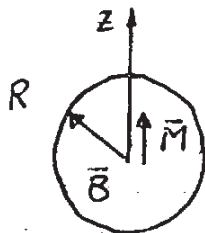
۷- یک جریان سطحی سینوسی با چگالی $K = \hat{u}_z K_0 \sin(\frac{\pi x}{a})$ (A/m) در صفحه $y = \frac{b}{2}$ قرار دارد. یک جریان سطحی برابر ولی در جهت مخالف با چگالی $K = -\hat{u}_z K_0 \sin(\frac{\pi x}{a})$ در صفحه $y = -\frac{b}{2}$ قرار دارد. میدان مغناطیسی را بین دو ورق به دست آورید. معادله لاپلاس را برای پتانسیل مغناطیسی عددی حل کنید.

۸- دو محیط مغناطیسی غیرهادی با ضرایب مغناطیسی $\mu_{r1} = 2$ و $\mu_{r2} = 3$ را در مجاورت یک دیگر در نظر بگیرید، بطوری که بردار واحد عمود بر فصل مشترک آنرا در محیط ۲ برابر $\hat{n}_2 = \frac{-2\hat{u}_x - \hat{u}_y + 2\hat{u}_z}{3}$ باشد. اگر در مرکز ناحیه ۱ میدان مغناطیسی $B_1 = (2\hat{u}_x - 3\hat{u}_y + \hat{u}_z)$ تسلا باشد، میدان B عاقل بر فصل مشترک در ناحیه ۲ یعنی B_{t2} و اندازه‌اش را به دست آورید.



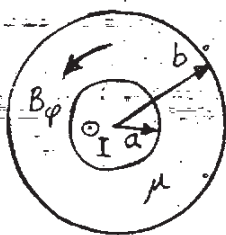
میدان مغناطیسی در مواد مغناطیسی

۱- میدان مغناطیسی را داخل کره ای با شعاع R و مگنتیزاسیون $\vec{M} = M_0 \hat{u}_z$ برابر B فرض می کنیم. چگالی بار الکتریکی یک پوسته کروی با شعاع R که با سرعت زاویه ای ω حول محور z می چرخد و همان میدان B را داخل کره ایجاد می کند، تعیین کنید.



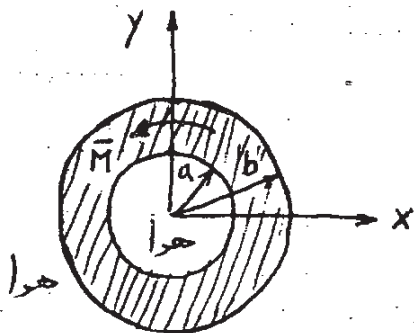
چگالی بار سطحی σ ؟

۲- میدان را در مرکز کره می بینید
یک پوسته کروی با شعاع های a و b بطور یکنواخت بصورت $\vec{M} = M_0 \hat{u}_z$ مغناطیسی شده است. مرکز کره را بر مبداء مختصات اختیار کنید و $a \leq r \leq b$ است. پتانسیل V_m را در نقطه ای روی محور z خارج از پوسته کروی به دست آورید. شدت میدان مغناطیسی H را تعیین کنید.



۳- یک پوسته استوانه ای مغناطیسی با شعاع داخلی a و شعاع خارجی b و ضریب مغناطیسی μ را در نظر بگیرید. جریان I در استوانه $a < \mu$ و جریان برگشت I در ناحیه خارج پوسته $b > \mu$ جاری است. ضریب خود اتقاء در واحد طول را می بینید.

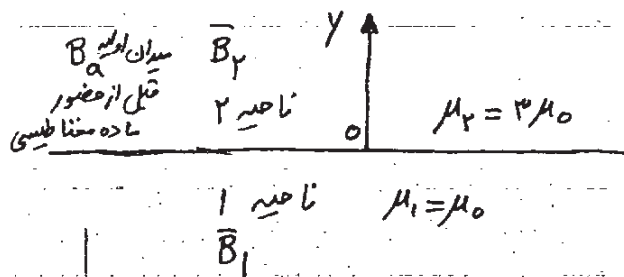
۴- یک ماده فرو مغناطیسی به شکل یک لوله بی نهایت طول با شعاع داخلی a و شعاع خارجی b مغناطیسی شده است و دارای مگنتیزاسیون $\vec{M} = \frac{A}{r} \hat{u}_\phi$ در ناحیه $a \leq r \leq b$ است. میدان های B و H را در ناحیه $a \leq r \leq b$ به دست آورید.



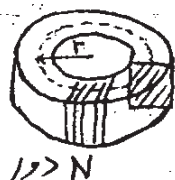
9 دو ناحیه ۲ با مرز مشترک $y=0$ مفروضند. در ناحیه ۱ ($y < 0$) $\mu_1 = \mu_0$ و در ناحیه ۲ ($y > 0$) $\mu_2 = 3\mu_0$ است. میدانهای مغناطیسی کنواخت \vec{B}_1 و \vec{B}_2 به ترتیب در نواحی ۱ و ۲ وجود دارند. این میدانها از میدان اولیه B_0 که قبل از حضور ماده مغناطیسی در ناحیه ۲ وجود داشته است، پدید آمده اند. فرض کنید که $\vec{B}_1 = B_0(\frac{1}{3}\hat{u}_x + \hat{u}_y)$ (یا B_0 یک ثابت) بوده و جریان آزادی در مرز $y=0$ وجود نداشته باشد.

(الف) میدان \vec{B}_2 را به دست آورید.

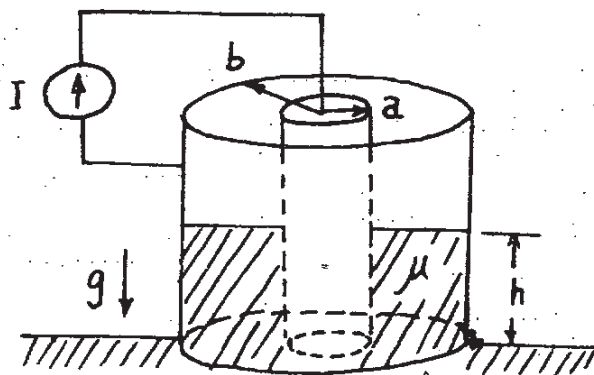
(ب) میدان اولیه \vec{B}_0 را تعیین کنید.



10 - یک توأوید از آهن با سطح مقطع مربعی با ضریب مغناطیسی μ مثل تعداد N در سیم پیچ حامل جریان I می باشد. اندازه مگنتیزاسیون M را داخل حتماً تعیین کنید.



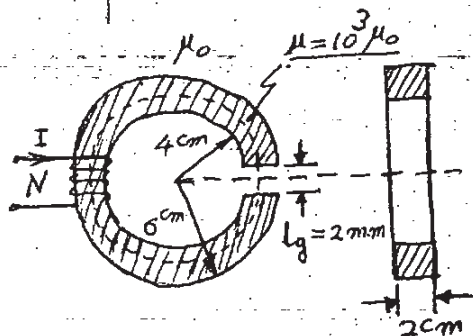
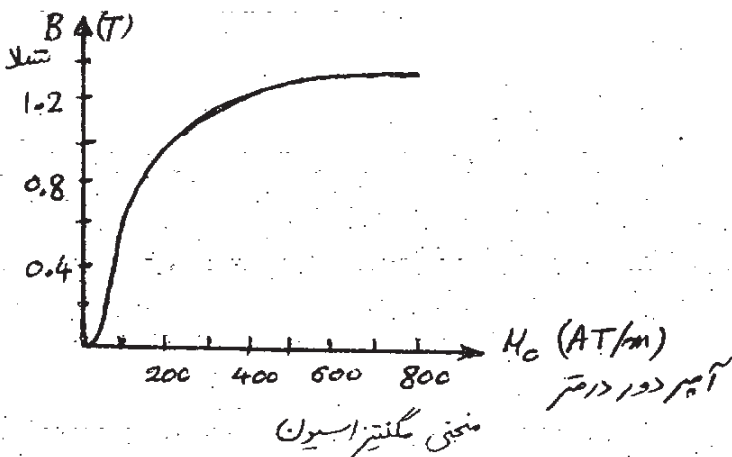
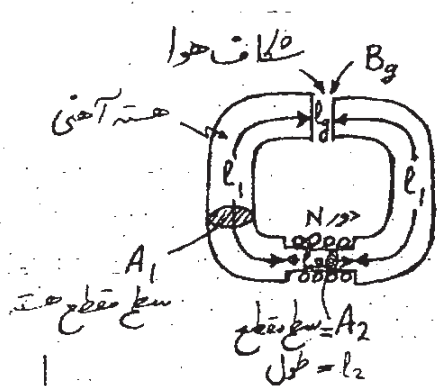
11 یک استوانه هم محور در یک مایع قابل مغناطیسی شدن با ضریب مغناطیسی μ و چگالی جرم ρ_m وارد میشود. ارتفاع مایع (h) را داخل استوانه تعیین کنید.



۱۲ یک مدار مغناطیسی مرکب با سطح مقطع متغیر مطابق شکل زیر شامل یک شکاف هوا و هسته آهنی را در نظر بگیرید. مشخصات مدار عبارتند از:

$$N=100 \text{ (دورسیم)}; l_1=4l_2=40 \text{ (cm)}; A_1=2A_2=10 \text{ (cm}^2\text{)}; l_g=2 \text{ (mm)}$$

جرایان I در سیم بهی را برای ایجاد چگالی شار مغناطیسی برابر $B=0.6 \text{ (T)}$ در شکاف هوا تعیین کنید. اثرات کناری و نسبت میدان مغناطیسی صرف نظر کنید.



جنبره‌ای از یک ماده مغناطیسی با سطح مقطع مربعی شکل دارای یک شکاف هوایی با طول 2 mm مطابق شکل می‌باشد. سیم بهی با تعداد 100 دور حلقه و جرایان 100 mA دور جنبره پیچیده شده است. ضریب مغناطیسی ماده $\mu = 10^3 \mu_0$ است.

(الف) مقاومت مغناطیسی سیم آهنی و شکاف هوایی را می‌توانید (ب) شار مغناطیسی گذرنده در مدار مغناطیسی را تعیین کنید.

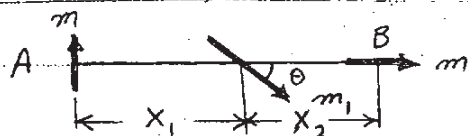
۱۳ یک جنبره دارای مغزی با سطح مقطع مربعی با مساحت $25 \text{ (cm}^2\text{)}$ و با قطر متوسط

25 (cm) می‌باشد. ضریب مغناطیسی نشی ماده مغزی برابر 1000 است.

تعداد دورهای سیم بهی را تعیین کنید، که ضریب خود القایی برابر 1 (H) بگذارد.

۱۵ دو مغناطیس دائم A و B دارای گشتاور مغناطیسی (ملان) m مطابق شکل قرار دارند. فاصله شان

نسبت به اندازه هایشان بسیار بزرگتر است. یک قطب نامیه فاصله x_1 از یک مغناطیس و به فاصله x_2 از مغناطیس دیگر قرار دارد. قطب نامیه زاویه θ را با خط واصل بین دو مغناطیس اختیار می‌کند.



نسبت $\frac{x_1}{x_2}$ را به دست آورید.

۱۶ یک کره با شعاع a و مرکز در مبدأ مختصات دارای مگنتیزاسیون نامتناهی است.

$\vec{M} = c x^2 \hat{z}$ است. توزیع جریان مگنتیزاسیون مؤثر را تعیین کنید.

۱۷ یک نمونه آهن و پس از آنکه میدان B در جهت بالای اشباع می‌رسد، شدت میدان برابر $H = 2 \times 10^3 \text{ (A/m)}$ بطرف پایین لازم دارد تا آنکه B مجدداً برابر صفر شود.

اندازه مگنتیزاسیون را تعیین کنید.

۱۸ یک کره با شعاع a بر میدای مختصات قرار دارد. مگنتیزاسیون اش بصورت $\vec{M} = M(\vec{r}) \hat{r}$

بوده و در مرکزش محدود است. چگالی جریانهای مجلی و سطحی را به دست آورید و پس

میدان B را تعیین کنید. شدت میدان مغناطیسی H را داخل کره محاسبه کنید.