

به نام خدا

تمرین سری اول (a) الکترومغناطیس

مفاهیم اولیه بردارها، ضرب داخلی و خارجی، تبدیلات بین دستگاه‌های مختصات

۱. نشان دهید که بردارهای زیر اضلاع یک مثلث قائم الزاویه را تشکیل می‌دهند:

$$\vec{A} = 2\hat{a}_x - \hat{a}_y + \hat{a}_z, \quad \vec{B} = \hat{a}_x - 3\hat{a}_y - 5\hat{a}_z, \quad \vec{C} = 3\hat{a}_x - 4\hat{a}_y - 4\hat{a}_z$$

۲. بردارهای روبرو داده شده اند: 
$$\begin{cases} \vec{A} = \hat{a}_x - 2\hat{a}_y + 3\hat{a}_z \\ \vec{B} = \hat{a}_x + \hat{a}_y - 2\hat{a}_z \end{cases}$$
 بردار یک  $\vec{C}$  را چنان بیابید که بر هر دو بردار بالا عمود باشد.

۳. (الف) اگر  $A$  برداری ثابت و  $r$  برداری از مبدأ. مختصات تانگن  $(x, y, z)$  باشد نشان دهید که رابطه زیر معادله یک صفحه است:

$$(\vec{r} - \vec{A}) \cdot \vec{A} = 0$$

(ب) و رابطه زیر معادله یک کره است:

$$(\vec{r} - \vec{A}) \cdot \vec{r} = 0$$

۴. میدان برداری  $\vec{F} = 25\hat{a}_r + 12\hat{a}_\phi - 20\hat{a}_z$  در نقطه  $P(8, 120^\circ, 5)$  داده شده است مولفه ای از بردار  $\vec{F}$  را تعیین کنید که:

(الف) بر سطح استوانه  $r = 8$  عمود باشد. (ب) بر سطح استوانه  $r = 8$  مماس باشد. (ج) مماس بر صفحه  $\phi = 120^\circ$  باشد.

(د) بردار واحدی تعیین کنید که بر  $\vec{F}$  عمود بر سطح استوانه  $r = 8$  مماس باشد.

۵. میدان برداری  $\vec{E} = \frac{2}{r}\hat{a}_r + 30z\hat{a}_z$  در ناحیه  $0 \leq z \leq 1$ ،  $0 \leq r \leq 1$  داده شده است:

(الف) جهت میدان در نقطه  $(0, 90^\circ, 0.1)$  را توسط یک بردار واحد در مختصات قائم مشخص کنید. (ب) در کجا میدان نقطه مولفه در جهت  $a_x$  دارد؟

(ج) معادله مکان هندسی تقاطی راد مختصات قائم بیابید که اندازه میدان 50 باشد.