

به نام خدا

سری اول تمرین های الکترومغناطیس

نیمسال اول سال تحصیلی ۹۰-۹۱

موعده تحویل: دوشنبه ۹۰/۷/۱۱

۱- برای میدان های برداری \mathbf{A} و \mathbf{B} و میدان اسکالر f نشان دهید:

$$\nabla \cdot (f\mathbf{A}) = f \nabla \cdot \mathbf{A} + \nabla f \cdot \mathbf{A}$$

$$\nabla \times (f\mathbf{A}) = f \nabla \times \mathbf{A} + \nabla f \times \mathbf{A}$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B})$$

۲- مطلوب است محاسبه $\int_M^N \mathbf{A} \cdot d\mathbf{l}$ در امتداد مسیر c برای بردار \mathbf{A} که در دستگاه مختصات استوانه ای به صورت زیر بیان می شود:

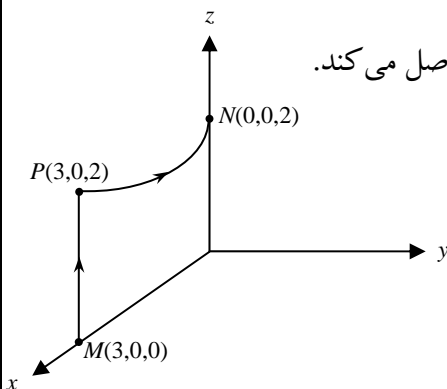
$$\mathbf{A} = 3r \cos \hat{r} + 4 \sin \hat{\theta} + 2 \cos \hat{z}$$

مسئله را در دو حالت زیر حل کنید:

الف- مسیر c پاره خطی است که نقطه $M(3,0,0)$ را مستقیماً به نقطه $N(0,0,2)$ وصل می کند.

ب- مسیر c شامل یک پاره خط از نقطه $M(3,0,0)$ به نقطه $P(3,0,2)$ و

یک نیم دایره در صفحه $z=2$ مطابق شکل مقابل می باشد.



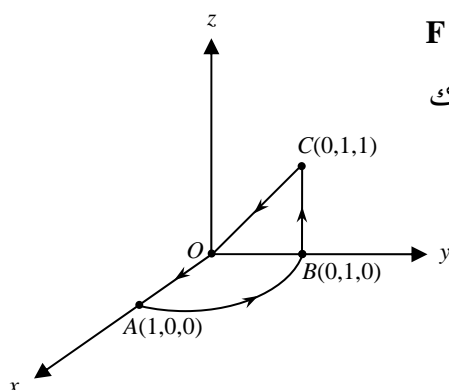
۳- میدان برداری $\mathbf{A} = \frac{k}{R^3} (2 \cos \hat{R} + \sin \hat{\theta})$ در دستگاه مختصات کروی مفروض است (k مقداری ثابت). شار گذرنده از یک دیسک به شعاع a را که در صفحه $z=h$ واقع شده و مرکز آن نقطه $(0,0,h)$ می باشد به دست آورید ($h > 0$).

۴- قضیه دیورژانس را برای میدان برداری $\mathbf{A} = R \sin \hat{R} + \cos \sin \hat{\theta}$ (دستگاه مختصات کروی) تحقیق کنید. حجم V محصور به فضای بین دو نیم کره به شعاع های $R=1$ و $R=3$ و صفحه xy در ناحیه $z > 0$ می باشد.

۵- قضیه استوکس را برای میدان برداری $\mathbf{F} = R \cos^2 \hat{R} - R \cos \sin \hat{\theta} + 3R \hat{\theta}$

(دستگاه مختصات کروی) و مسیر c مطابق شکل مقابل تحقیق کنید. این مسیر از یک

نیم دایره به شعاع واحد و سه پاره خط تشکیل شده است.



۶- برای میدان برداری $\mathbf{F} = (x + c_1 z) \hat{x} + (c_2 x - 3z) \hat{y} + (x + c_3 y + c_4 z) \hat{z}$

الف- اگر میدان \mathbf{F} غیر چرخشی باشد، مقادیر c_1, c_2, c_3 را بیابید.

ب- فرض کنید میدان \mathbf{F} سیملوله‌ای نیز باشد، مقدار c_4 را به دست آورید.

ج- میدان اسکالر V را به گونه‌ای بیابید که $\mathbf{F} = -\nabla V$.

۷- برای میدان برداری $\mathbf{A} = \frac{e^{-r}}{r} \hat{r} + z^2 \hat{z}$ (دستگاه مختصات استوانه‌ای) و حجم V که از یک استوانه به شعاع $r = 2$ (با

محوریت محور z) و صفحات $z = 3$ و $z = -3$ تشکیل شده است،

الف- مقدار $\int_V (\nabla \cdot \mathbf{A}) dv$ را بیابید.

ب- حاصل $\oint_S \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s}$ را به دست آورید. سطح بسته S همان سطح دربرگیرنده حجم V است.

ج- آیا قضیه دیورژانس برقرار است؟ توضیح دهید.