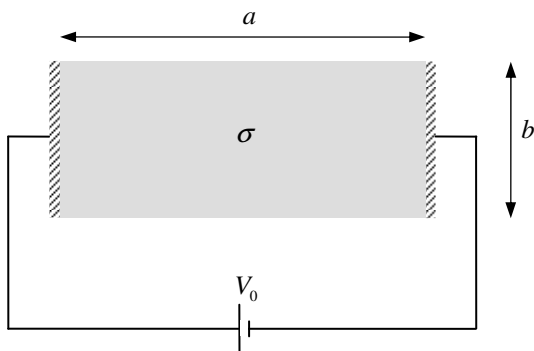


به نام خدا

موعده تحویل: شنبه ۹۰/۸/۲۱

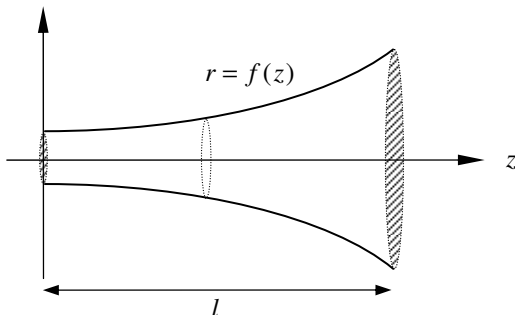
نیمسال اول سال تحصیلی ۹۰-۹۱

سری پنجم تمرین های الکترومغناطیس



۱- یک ورقه مستطیل شکل با رسانایی ثابت  $\sigma$  مطابق شکل مقابل مفروض است. اختلاف پتانسیل  $V_0$  بین دو انتهای ورقه برقرار می شود.

الف) با حل معادله لاپلاس، توزیع پتانسیل در این ورقه را بیابید.  
شرط مرزی در ضلع بالا و پایین ورقه چیست؟  
ب) مقاومت بین دو ضلع جانبی را بیابید.



۲- یک مقاومت از جسمی با رسانایی  $\sigma(z)$  و تقارن استوانه ای را مطابق شکل مقابل در نظر بگیرید. سطوح قاعده این مقاومت واقع در  $z=0$  و  $z=l$  با لایه ای بسیار نازک از هادی کامل پوشیده شده است. لذا چگالی جریان در یک سطح مقطع دلخواه  $z=z_0$  به صورت  $\mathbf{J} = \hat{z} J_0$  می باشد. سطح جانبی مقاومت با رابطه  $r=f(z); 0 \leq z \leq l$  (دستگاه استوانه ای) توصیف می شود.

الف) نشان دهید مقاومت بین سطوح قاعده این جسم برابر است با:  $R = \frac{1}{\pi} \int_0^l \frac{dz}{\sigma(z)(f(z))^2}$

ب) به کمک قسمت الف، مقاومت یک مخروط ناقص به طول  $l$ ، شعاع قاعده کوچک  $a$  (واقع در صفحه  $z=0$ ) و شعاع قاعده بزرگ  $b$  (واقع در صفحه  $z=l$ ) را در دو حالت زیر بیابید:

- $\sigma$  مقداری ثابت داشته باشد.
  - $\sigma$  به صورت خطی از مقدار  $\sigma_1$  تا  $\sigma_2$  در طول مخروط تغییر کند.
- توجه: منظور از مخروط ناقص، تقاطع یک سطح مخروطی با صفحات  $z=0$  و  $z=l$  می باشد.

۳- یک ماده غیر همگن در فضای توصیف شده با روابط  $a \leq R \leq b, 0 \leq \theta \leq \theta_0$  (دستگاه کروی) قرار گرفته است. رسانایی این ماده غیر همگن به صورت  $\sigma = \sigma_0(1+k/R)$  بیان می شود ( $\sigma_0, k$  مقادیر ثابت). مقاومت بین سطوح  $R=a$  و  $R=b$  را به دو روش زیر به دست آورید.

الف) با انتگرال گیری از جزء دیفرانسیلی مقاومت

ب) با استفاده از روابط حاکم بر بردار چگالی جریان و تعیین توزیع پتانسیل درون جسم (روابط زیر)

$$\begin{aligned} \nabla \times (\mathbf{J}/\sigma) &= 0 \Rightarrow \mathbf{J} = -\sigma \nabla V \\ \nabla \cdot \mathbf{J} &= 0 \Rightarrow \nabla \cdot (-\sigma \nabla V) = 0 \end{aligned}$$

۴- سه ماده نواحی  $z > d$ ،  $0 < z < d$  و  $z < 0$  از فضا را اشغال نموده‌اند. این سه ماده به ترتیب دارای هدایت‌های  $\sigma_0$ ،  $3\sigma_0$ ،  $4\sigma_0$  و قابلیت‌های گذردهی الکتریکی  $2\epsilon_0$ ،  $\epsilon_0$ ،  $3\epsilon_0$  می‌باشند. جریانی با چگالی یکنواخت  $\mathbf{J} = 4\hat{x} - 2\hat{y} + 3\hat{z}$  (A/m<sup>2</sup>) در ناحیه  $z < 0$  وجود دارد.

الف) بردار شدت میدان الکتریکی  $\mathbf{E}$  را در ناحیه  $z > d$  به دست آورید.

ب) چگالی سطحی بار الکتریکی آزاد در مرز  $z = d$  چقدر است؟

ج) اگر لایه  $0 < z < d$  با یک هادی کامل ( $\sigma \rightarrow \infty$ ) جایگزین شود، نتایج مربوط به بندهای الف و ب چگونه تغییر می‌کنند؟

۵- دو نیمکره فلزی به شعاع‌های  $a$ ،  $b$  به صورت هم‌مرکز قرار گرفته‌اند. فضای بین دو نیمکره از دو ماده با ضرایب گذردهی الکتریکی  $\epsilon_1$ ،  $\epsilon_2$  و هدایت الکتریکی  $\sigma_1$ ،  $\sigma_2$  مطابق شکل زیر پر شده است. کلید در لحظه  $t = 0$  بسته می‌شود. جریان برقرارشده در مدار،  $i(t)$ ، را در بازه زمانی  $t \geq 0$  به دست آورید.

