



واحد شهری

رشته تحصیلی: کارشناسی مخابرات

نام استاد: عظیمی

نام درس: الکترومغناطیس

سال تحصیلی: ۹۱-۹۰

نیمسال اول ☐ دوم ☒ تابستان ☐

تاریخ امتحان: ۹۱، ۴، ۱۳

می باشد ☐ نمی باشد ☒

استفاده از ماشین حساب مجاز

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه

بارم

تعداد صفحات سؤال: ۲

شماره دانشجویی:

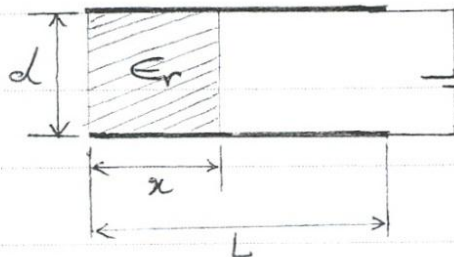
نام و نام خانوادگی دانشجو:

۳

۱) دو سطح استوانه‌ای هم محورها بینهایت طولی $r=a$ و $r=b$ ($b>a$) به ترتیب چگالی‌های بار سطحی ρ_a و ρ_b را حمل می‌کنند.
الف- E را در تمام نقاط بر حسب ρ_a و ρ_b تعیین کنید.
ب- رابطه بین a و b چه باشد تا اینکه E در $r>b$ صفر شود.

۴

۲) یک خازن صفه‌ای موازی به عرض w ، طول L و فاصله d ، مطابق شکل به طور جزئی توسط یک محیط دی‌الکتریک به ضریب دی‌الکتریک ϵ_r پر شده است. یک باتری V_0 ولتی بین صفحات متصل شده است.



الف- E ، D ، ρ_s را در هر ناحیه پیدا کنید.
ب- فاصله x را چنان پیاپی که انرژی الکتریکی V_0 ساکن ذخیره شده در هر دو ناحیه یکسان باشد.

۴

۳) یک کره‌های بیرون بار، در میدان یکنواخت $E_0 = \hat{a}_z E_0$ قرار دارد.
الف- توزیع پتانسیل $V(R, \theta)$ ، ب- شدت میدان الکتریکی $E(R, \theta)$ و ج- چگالی بار سطحی $\rho_s(\theta)$ را پس از قرار دادن کره تعیین نمایید.

۴) ماده‌ای همادی با ضخامت یکنواخت h و رسانندگی σ مطابق شکل دارای



واحد شهر ری

رشته تحصیلی: کارشناسی مخابرات

نام استاد: عظیمی

نام درس: الکترومغناطیس

۹۰-۹۱

سال تحصیلی:

نیمسال اول ☐ دوم ☒ تابستان ☐

تاریخ امتحان: ۹۱/۴/۱۳

نمی باشد ☒

می باشد ☐

استفاده از ماشین حساب مجاز

مدت امتحان: ۲۰ دقیقه

بارم

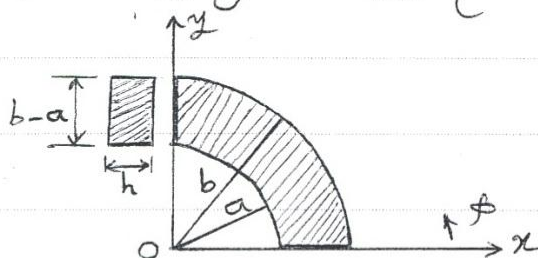
تعداد صفحات سؤال: ۲

شماره دانشجویی:

نام و نام خانوادگی دانشجو:

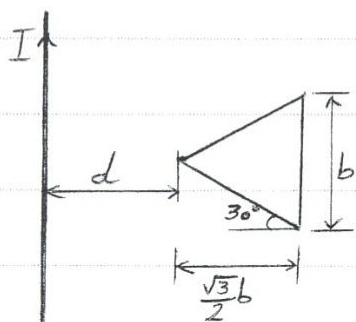
۴

شکل یک چهارم یک دایره مدور سطح با شعاع درونی a و شعاع بیرونی b می باشد. مقاومت بین وجهه خمیده را پیدا کنید.



۵

الف - جگانی شار مغناطیسی (\vec{B}) را روی محور یک حلقه دایره ای ب شعاع b و حامل جریان I بدست آورید. (حلقه را در صفحه xy به مرکز مبدأ مختصات و جریان را در جهت \hat{a}_z در نظر بگیرید).



ب - اندوختن متقابل بین یک نیم مستقیم بیار طولی و یک حلقه محاری به شکل مثلث متساوی الاضلاع مطابق شکل را تعیین نمایید.

برخا از روابط مفید در حل مسائل:

$$\vec{\nabla} V = \hat{a}_{u1} \frac{\partial V}{h_1 \partial u_1} + \hat{a}_{u2} \frac{\partial V}{h_2 \partial u_2} + \hat{a}_{u3} \frac{\partial V}{h_3 \partial u_3}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial u_1} (h_2 h_3 A_1) + \frac{\partial}{\partial u_2} (h_1 h_3 A_2) + \frac{\partial}{\partial u_3} (h_1 h_2 A_3) \right]$$

$$\vec{\nabla}^2 V = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left(R^2 \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{R^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}$$

$$\vec{\nabla}^2 V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

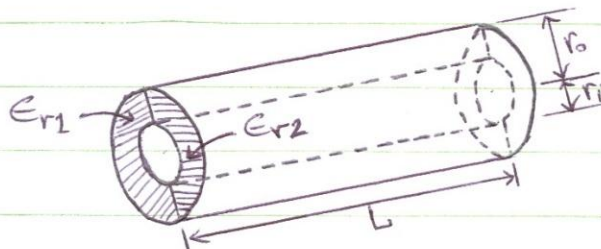
$$\vec{\nabla}_x \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial u_1} & \frac{\partial}{\partial u_2} & \frac{\partial}{\partial u_3} \\ h_1 A_1 & h_2 A_2 & h_3 A_3 \end{vmatrix}, \vec{\nabla}^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

$$\text{و } \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ و } \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

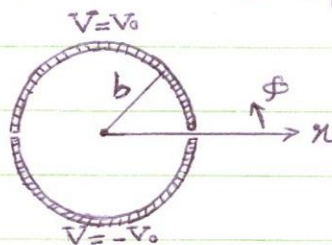


۱- الف) فرمولی برای پتانسیل الکتریکی و شدت میدان الکتریکی روی محور یک قرص مدور به شعاع a که حامل چگالی بار یکنواخت σ است را بدست آورید.
ب) یک رابطه تقریبی برای شدت میدان الکتریکی بر حسب کل بار روی قرص (Q) به ازای مقادیر بسیار بزرگ z بدست آورید. (قرص مدور را در صفحه xy به مرکز مبدأ مختصات و محور z را منطبق بر محور z فرض کنید) (۴ نمره)

۲- یک خازن استوانه‌ای به طول L از دایره‌های هم‌محور به شعاع‌های r_1 و r_2 تشکیل شده است. دو محیط دی الکتریک با ضرایب دی الکتریک متفاوت ϵ_{r1} و ϵ_{r2} فضایی بین دایره‌های هم‌محور را مطابق شکل پر کرده‌اند. ظرفیت آن را تعیین کنید. (۳ نمره)



۳- یک استوانه مدور عادی نازک بینهایت طول به شعاع a به دو نیم تقسیم شده است. (مقطع عرضی این استوانه در شکل رسم شده است). نیم بالایی در پتانسیل $V=V_0$ و نیم پایینی در $V=-V_0$ است. توزیع پتانسیل را الف) در درون استوانه و ب) در بیرون استوانه تعیین کنید. (۵ نمره)



۴- ماده همگنی با رسانندگی یکنواخت σ به صورت یک قطعه مخروط ناقص درآمده است و

در محققات کروی با $\theta \leq \theta \leq \theta$ و $R_1 \leq R \leq R_2$ تعریف می شود. مقاومت بین سطوح $R=R_1$ و $R=R_2$ را بدست آورید. (۴ نمره)

۵- جریان مستقیم I از سیم مستقیمی به طول $2L$ می گذرد. در نقطه ای به فاصله r از سیم در صفحه عمود منصف آن الف- پتانسیل مغناطیسی برداری \vec{A} و ب- چگالی \vec{B} مغناطیسی را تعیین کنید. (سیم را به صورت متقارن نسبت به مبدأ محققات و متغیر بر محور z و جریان را در جهت \hat{e}_z در نظر بگیرید) (۴ نمره)

برخی از روابط مفید در حل مثال :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial u_1} (h_2 h_3 A_1) + \frac{\partial}{\partial u_2} (h_1 h_3 A_2) + \frac{\partial}{\partial u_3} (h_1 h_2 A_3) \right]$$

$$\vec{\nabla} V = \hat{a}_{u_1} \frac{\partial V}{h_1 \partial u_1} + \hat{a}_{u_2} \frac{\partial V}{h_2 \partial u_2} + \hat{a}_{u_3} \frac{\partial V}{h_3 \partial u_3}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{vmatrix} \hat{a}_{u_1} h_1 & \hat{a}_{u_2} h_2 & \hat{a}_{u_3} h_3 \\ \frac{\partial}{\partial u_1} & \frac{\partial}{\partial u_2} & \frac{\partial}{\partial u_3} \\ h_1 A_1 & h_2 A_2 & h_3 A_3 \end{vmatrix}$$

در محققات کروی: $h_1=1, h_2=R, h_3=R \sin \theta$
 در محققات استوانه ای: $h_1=1, h_2=r, h_3=1$
 در محققات کارتزین: $h_1=h_2=h_3=1$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left(R^2 \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{R^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2+a^2})$$

$$\int_0^L \sin \frac{m\pi}{L} x dx = \begin{cases} \frac{2L}{m\pi} & \text{مفرد } m \\ 0 & \text{زوج } m \end{cases} \quad \int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2+a^2}}$$

$$\int \frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a} \ln \frac{x-a}{x+a}, \quad \int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a}$$

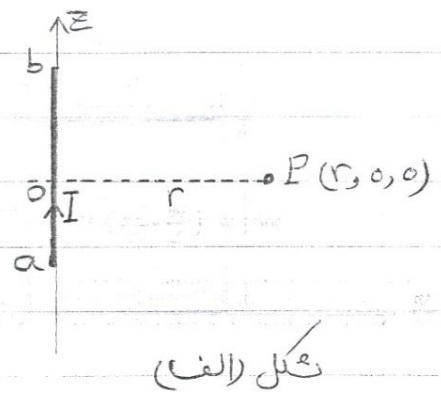
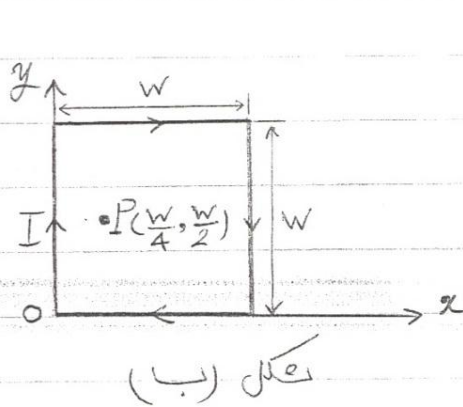
۱- بتانیدل الکتریکی و شدت میدان الکتریکی روی محور یک وایر مدور سطح با شعاع a وونی a و شعاع بیرونی b که حامل چگالی بار خطی یکسان است می باشد را بدست آورید. (واشر را درصفحه ۹۷ و به مرکز مبدأ مختصات در نظر بگیرید) (۴ نمره)

۲- شعاع محتمل و شعاع داخلی عاری بیرونی یک خط انتقال هم محور بسیار طولیل به ترتیب r_1 و r_2 هستند فضایی بین عاریها با دولا هم محور از دی الکتریک عا پر شده است. ضرایب دی الکتریک معاد دی الکتریک برای $r_1 < r_2 < b$ برابر ϵ_1 و برای $r_2 < r_1 < b$ برابر ϵ_2 هستند. ظرفیت آن را در واحد طول تعیین کنید. (۴ نمره)

۳- بار نقطه ای q در فاصله d از مرکز کره عاری زمین نده ای به شعاع a ($d > a$) قرار دارد. با استفاده از روش تصاویر الف) توزیع بار القا شده روی سطح کره و ب) کل بار القا شده روی کره را تعیین کنید. (۴ نمره)

۴- مقاومت بین دو سطح کروی هم مرکز به شعاع های R_1 و R_2 ($R_1 < R_2$) را با فرض اینکه فضایی بین سطح های ماده همگن و هم یکنوا بار را تشکیل داده باشد تعیین نمایید. (با فرض اولیه اختلاف پتانسیل V_0 بین سطح کروی را حل کنید) (۴ نمره)

۵- الف) جریان دائم I از نیم مستقیم مطابق شکل (الف) می گذرد. چگالی شار مغناطیسی را در نقطه P به فاصله r از نیم بدست آورید. ب) جریان I مطابق شکل (ب) از یک حلقه مربعی $W \times W$ می گذرد چگالی شار مغناطیسی را در نقطه غیر مرکزی P ($\frac{W}{2}$ و $\frac{W}{4}$) بیابید. (۴ نمره)



برخی از روابط مفید در حل مسائل:

$$\nabla \cdot \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial u_1} (h_2 h_3 A_1) + \frac{\partial}{\partial u_2} (h_1 h_3 A_2) + \frac{\partial}{\partial u_3} (h_1 h_2 A_3) \right]$$

$$\nabla V = \hat{a}_{u_1} \frac{\partial V}{h_1 \partial u_1} + \hat{a}_{u_2} \frac{\partial V}{h_2 \partial u_2} + \hat{a}_{u_3} \frac{\partial V}{h_3 \partial u_3}$$

$$\nabla \times \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{vmatrix} \hat{a}_{u_1} h_1 & \hat{a}_{u_2} h_2 & \hat{a}_{u_3} h_3 \\ \frac{\partial}{\partial u_1} & \frac{\partial}{\partial u_2} & \frac{\partial}{\partial u_3} \\ h_1 A_1 & h_2 A_2 & h_3 A_3 \end{vmatrix}$$

در مختصات کروی:

$$h_1 = 1, h_2 = R, h_3 = R \sin \theta$$

در مختصات استوانه‌ای:

$$h_1 = 1, h_2 = r, h_3 = L$$

در مختصات کارتزین: $h_1 = h_2 = h_3 = 1$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} \left(R^2 \frac{\partial V}{\partial R} \right) + \frac{1}{R^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{R^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2}$$

$$\nabla^2 V = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

$$\nabla^2 V = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} = \frac{1}{2a} \ln \frac{x-a}{x+a}$$

$$\int \frac{dx}{(x^2 \pm a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2 \pm a^2}}$$

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a}$$